ACTA PHYSICA POLONICA

VOL. VI, FASC. 4

WILNO 1937

WYDANE Z ZASIŁKU FUNDUSZU KULTURY NARODOWEJ

First reprint by PWN — Polish Scientific Publishers 1969



Ladislaus NATANSON
1864—1937

Ladislaus NATANSON died in Cracow on the 26th February 1937, at the age of seventy three.

He is the last survivor of the brilliant pleiade of Polish physicists of the pre-war period, who have done so much for the advancement of Polish science. NATANSON came to Cracow shortly after the tragic death of Sigismund WRÓBLEWSKI, and was a friend and colleague of Augustus WITKOWSKI and later of Marian SMOLUCHOWSKI.

Born in 1864, he was the son of a well-known Warsaw physician, Louis NATANSON, the author of numerous scientific papers on medicine, physiology and pedagogics. At his father's home from his earliest childhood Ladislaus NATANSON was surrounded by scientific atmosphere. He showed very early an exceptional gift for exact sciences and love of science together with a faith in its spiritual mission, which were to guide his actions to the last days of his life.

At the age of twenty he executed, in collaboration with his brother Edward, a research on the dissociation of nitrogen peroxide the results of which are to this day quoted in nearly all more important text-books of thermodynamics and thermochemistry.

After graduating from a secondary school in Warsaw, he studied mathematics and physics in St. Petersburg. In 1887 he worked at Cambridge, and the high esteem in which he held English science, and English mentality in general, had undoubtedly originated in this period. He took the degree of Doctor of Physics in Dorpat, in 1888. Afterwards he spent a few months in Graz in order to get in touch with BOLTZMANN.

In 1891 he became Assistant Professor of Mathematical Physics at the Jagellonian University, Cracow, and henceforth he associated with this University, devoting to it all his energy during 45 years. He received the title of professor in 1894, and took over the chair of Theoretical Physics five years later. He was Dean of the Faculty of Philosophy in 1907, and in the academic year 1922/23 he held the high office of Rector of the University. Towards the end of his life, on May 15th 1930, the Jagellonian

University conferred upon him the degree of the Honorary Doctor of Philosophy.

The scientific achievements of Ladislaus NATANSON are recorded in over a hundred and forty papers published in various Polish and foreign periodicals, but chiefly in the Bulletin of the Polish Academy, whose member he was since 1893. It may be justly said that there was hardly a province of Natural Philosophy which did not enlist the interest of NATANSON's active mind, and to whose advancement he had not contributed. Apart from the above-mentioned paper on the dissociation of nitrogen peroxide, all his subsequent publications were of purely theoretical nature.

The epoch when NATANSON has taken his first steps in science is beautifully described by himself many years later in the following lines: „A certain discouragement prevailed in atomistics towards the end of the 19th century; thinkers arose who questioned its utility. In considering the modes of human cognition, Ernest MACH, OSTWALD and other philosophers regarded atomistics merely as mental play, whose trifling naivety appeared then to be adequately established. Yet, when atomistics had become almost an object of derision, a most unexpected change occurred—the flame of this almost abandoned doctrine shot up suddenly throwing a new light on new domains of science. Without refuting a single one of the methodological and critical objections raised against it, it had gotten hold of the minds of a whole generation, and was leading it ever since that time towards new and unexpected discoveries". Guided by the unerring sense of reality NATANSON at once joined the ranks of the atomists, as is evidenced not only by his thesis for master's degree („On the Kinetic Theory of Imperfect Gases"—Dorpat, 1887), and his thesis for doctor's degree („On the Kinetic Theory of the Joule Effect"— Dorpat, 1888), but also by a whole series of subsequent papers on the kinetic theory of gases.

The evolution of physics throughout the ages has shown that a physical theory based on extensive experimental evidence has never been completely displaced by any other theory, and that every so called scientific revolution is, on closer examination, really but a case of exceptionally rapid evolution. And so the final triumph of atomistics has not in any way detracted from the value of thermodynamics, but only narrowed slightly the range of its ap-

plicability. Therefore we find in NATANSON's papers a constantly increasing number of thermodynamical subjects. Prominent among these researches there stands out a series of papers published in 1896/97 on irreversible processes, and on the „thermokinetic" properties of thermodynamic potentials, in which NATANSON was successful in extending HAMILTON's Principle to irreversible processes. NATANSON's „thermokinetic principle" embraces indeed as a special case all the purely mechanical phenomena, to which HAMILTON's classical principle is applicable. One of the chapters of DUHEM's famous „Traité d'Énergétique" is based on these conceptions of NATANSON.

In the course of the following years NATANSON was mainly engaged in the study of the flow of viscous fluids until 1907 when, impressed by the papers of LARMOR and LORENTZ, the founders of the electron theory of matter, he wrote his first paper on „The Electromagnetic Theory of Dispersion and Extinction". From this time to the end of his life he continued to take interest in applications of the electron theory to the optical properties of matter in particular.

Amongst his many valuable papers on this subject the most important was probably that published in 1909: „On the elliptical polarization of light transmitted through absorbing naturally-active medium" in which he establishes a rule, still known, especially in France, as „NATANSON's rule". It concerns the *circular dichroism* of naturally-active media or the unequal extinction in such substances of the two oppositely polarized circular components into which a linearly polarized wave of light can always by resolved. Up to that time attention had been paid only to the difference in the velocity of propagation of the two opposite vibrations. In a medium, however, whose refractive index has two different values for two opposite circular vibrations of given wavelength the corresponding values of the coefficient of extinction will also be different; hence, by passage through the medium one of the circular components of an originally linearly polarized wave is reduced in intensity more than the other and the emergent wave is elliptically polarized. NATANSON was the first to give a theory of the above mentioned phenomenon, observed and investigated some years before by A. COTTON.

From 1929 on NATANSON studied, in connexion with the

new Wave Mechanics, the principles of geometrical optics, and formulated some general theorems embracing the well known FERMAT's Principle as a special case.

This brief review by no means exhausts the rich and varied scientific activity of the late Professor NATANSON. In addition to his scientific work he found also the time to write numerous valuable text-books. While still quite young he wrote his capital „Introduction to Theoretical Physics" (Warsaw, 1890)— still retaining its value. Afterwards he published numerous manuals of physics for the use in secondary schools and teachers' training colleges, several editions of which appeared before the Great War. Finally, in collaboration with his colleague Constantine ZAKRZEWSKI, he wrote during the years 1924—1926 his „Text-book of Physics" in three volumes, for the use in secondary schools. This last work stands out amongst other similar ones owing to its precise treatment of the subject, and to the remarkable way of awakening and holding the interest of the reader.

Physics alone did not exhaust the scope of NATANSON's preoccupations. He was fascinated by the whole of human knowledge, both its past and its present — he was a scientist, an artist, and a philosopher in one. His versatility found expression in numerous speeches, lectures, and literary essays, collected in several volumes, of which the last, entitled „Intellectual Tendencies in Ancient Islam", appeared a few weeks before his death. The four preceding works were entitled: „Lectures and Essays" (1908), „The Face of Nature" (1923), „The Order of Nature" (1928), and „Horizon of Science" (1934).

NATANSON's essays cannot be regarded as popular scientific literature; their subjects are too deep and original and their form too ingenious. Apart from a few interesting lectures intended especially for physicists, they include a large number of beautifully written obituary notices of his colleagues and friends, WITKOWSKI, POTKAŃSKI, SMOLUCHOWSKI, numerous biographies of scientists and poets, NEWTON, MAXWELL, SHAKESPEARE and SHELLEY, stories from the old days of Cambridge, various reminiscences and miscellanies.

The way in which NATANSON expresses profound philosophical thought in elegant literary language is best illustrated by

a fragment from one of his smaller essays, „Don JUAN as seen by a Pedant".

„One evening Don JUAN walking along the banks of the Guadalquivir noticed a man on the other bank smoking a cigar and looking idly at the river. Don JUAN asked him for light. 'With pleasure', answered the stranger, and extending his hand, which suddenly reached across the river, he offered Don JUAN the glowing end of his cigar.

This event is recorded by MÉRIMÉE who, however, fearing to meet with incredulity, hastens to add that Satan incarnate was walking this evening alone the banks of the Guadalquivir. An unnecessary and superfluous commentary. Under certain circumstances Don JUAN experienced certain sensations — that is a fact which nothing can erase from the history of the world". On the next page we read: „Unique and unexpected events are always lost to science, and cannot be investigated. It appeared once to Don JUAN on the shores of the Guadaquivir that, following his desire, the arm of the stranger underwent an unusual elongation. It appears to an inquirer in a physical laboratory that a thin wire of steel becomes longer under the influence of a suspended load. The elongation of the wire is small, that of the arm was enormous, but a small elongation is neither simpler nor more comprehensible that a larger one". A few pages further NATANSON asks the question: „Where, then, is the clear, definite line of discrimination, the absolute difference between an experiment as described by the text-books and the miraculous experiment of the legendary tale?"-„It becomes apparent when we wish to reproduce the phenomenon or attempt to repeat the experiment".

The deeper we read in the works of NATANSON, the more we see the deep charm of the personality of this solitary scientist, who devoted his whole life to science, who loved it and believed in its spiritual mission, and „looked with aversion and distress at the quarrels, conflicts, subterfuges and artifices of men".

It is difficult better to characterise the noble personality of the late scientist than by his own word, taken from the inaugural address made by him fifteen years ago as Rector of the Jagellonian University. „Creative thought, solitary struggle with unexplored, frequently unforeboded mystery are one of the grea-

test and purest joys given to human mind. But that joy must be paid for. It must be paid with fatigue of worksome days, it must be conquered through dejection and bitterness, through perseverance and power of will. To scientific research are called only few, happy and unhappy at the same time..."

J. W. Weyssenhoff

Ś.†P.

Władysław NATANSON

26 lutego 1937 roku zmarł w Krakowie w siedemdziesiątym trzecim roku życia ś. p. Władysław NATANSON, ostatni z plejady wielkich fizyków polskich doby przedwojennej, którzy naukę polską dźwignęli na nowe wyżyny. NATANSON przybył do Krakowa wkrótce po tragicznej śmierci Zygmunta WRÓBLEWSKIEGO, przez długie lata współpracował z Karolem OLSZEWSKIM, był kolegą i przyjacielem Augusta WITKOWSKIEGO, a następnie i Mariana SMOLUCHOWSKIEGO.

Urodzony w roku 1864, jako syn znanego i cenionego lekarza warszawskiego Ludwika NATANSONA, autora wielu rozpraw naukowych z dziedziny medycyny, fizjologii i pedagogiki, NATANSON był od wczesnej młodości otoczony w domu rodzinnym atmosferą czystej wiedzy, bardzo też wcześnie przejawiło się w nim specjalne uzdolnienie do nauk ścisłych oraz gorące umiłowanie nauki i wiara w jej moralne posłannictwo, które miały kierować jego krokami aż do ostatnich dni jego pracowitego życia. Już jako dwudziestoletni młodzieniec wykonał on wraz z bratem swym Edwardem pracę doświadczalną o dysocjacji dwutlenku azotu, która jest do dzisiaj cytowana jako klasyczna we wszystkich niemal gruntowniejszych podręcznikach termodynamiki i termochemii.

Po ukończeniu gimnazjum klasycznego w Warszawie, studiował matematykę i fizykę w Petersburgu. Pracował również i w Cambridge; z tego to czasu pochodzi zapewne jego specjalny kult dla nauki angielskiej—i dla umysłowości angielskiej w ogóle—który go cechował potem przez całe życie. Stopień doktora fizyki uzyskał NATANSON w Dorpacie, w roku 1888. Następnie przebywał przez pewien czas w Grazu, gdzie wykładał wówczas BOLTZMANN.

W roku 1891 habilituje się NATANSON na Uniwersytecie Jagiellońskim z fizyki matematycznej i odtąd losy swoje łączy z Wszechnicą Jagiellońską, oddając jej wszystkie siły swoje, bez przerwy, przez lat 45. W roku 1894 uzyskuje tytuł profesora, w pięć lat zaś później, w roku 1899, obejmuje katedrę Fizyki Teoretycznej. W roku 1907 jest Dziekanem Wydz. Filozoficznego, w roku akademickim zaś 1922/23 piastuje wysoki urząd Rektora Wszechnicy Jagiellońskiej. Pod jesień życia i trudów, 15 maja 1930, otrzymuje doktorat honorowy Wydziału Filozoficznego U. J.,

a po przejściu w roku 1935 w stan spoczynku zostaje honorowym profesorem tego Uniwersytetu.

Bogata spuścizna naukowa Zmarłego obejmuje sto kilkadziesiąt prac, opublikowanych w najrozmaitszych czasopismach naukowych polskich i zagranicznych — przeważnie w sprawozdaniach Polskiej Akademii Umiejętności, której ś. p. NATANSON był członkiem od roku 1893. Śmiało rzec można, że nie było prawie gałęzi fizyki, którą by się NATANSON nie interesował i do której budowy nie dorzuciłby własnych cegiełek. Oprócz wymienionej już pracy o dysocjacji dwutlenku azotu, wszystkie następne noszą charakter czysto teoretyczny. Czasy, w których młody uczony stawiał pierwsze kroki na niwie naukowej, sam, w wiele lat później, w następujący sposób pięknie scharakteryzował: „W końcu XIX-go stulecia zapanowało w Atomistyce niejakie zniechęcenie; pojawili się myśliciele, którzy zaprzeczyli jej użyteczności. Roztrząsając modły poznawania ludzkiego, Ernest MACH, OSTWALD i inni filozofowie uznali Atomistykę za prostą zabawkę umysłu, której, jak wydawało się wówczas, błahą naiwność obnażyli wybornie. I gdy Atomistyka była podana we wzgardę, stało się, czego najmniej można się było spodziewać: nieomal ośmieszona doktryna strzeliła płomieniem i nowem światłem zalała nowe obszary nauki. Nie obroniwszy się od ani jednego metodologicznego i krytycznego zarzutu, opanowała myśl pokolenia i od lat niemal trzydziestu prowadzi ją do nieoczekiwanych, zdumiewających zdobyczy". Wiedziony trafnym poczuciem rzeczywistości, zaciąga się NATANSON odrazu w szeregi atomistów, o czym świadczą nie tylko jego rozprawa magisterska („Teoria kinetyczna gazów niedoskonałych" — Dorpat 1887) i doktorska („O teorii kinetycznej zjawiska JOULE'a"—Dorpat 1888), ale i cały szereg dalszych prac z teorii kinetycznej gazów.

Jednakże rozwój fizyki poprzez wieki wykazuje, że nigdy żadna teoria fizyczna, oparta na dużej liczbie faktów doświadczalnych, nie zostaje bez reszty wyparta przez inną, że każda rewolucja w nauce okazuje się po głębszym zbadaniu tylko szczególnie szybką ewolucją. Również i ostateczne zwycięstwo teorii atomistycznych nie uwłaczało w niczym termodynamice, uszczuplając tylko nieco zakres jej ważności. To też i pomiędzy pracami NATANSONA znajdujemy coraz więcej rozważań, odnoszących się do termodynamiki. Za ukoronowanie tego kierunku jego badań uważać można rozprawy z lat 1896-97 o zjawiskach nieodwra-

calnych i o „termokinetycznych" własnościach potencjałów termodynamicznych, w których udało się NATANSONOWI uogólnić zasadę wariacyjną HAMILTONA do zjawisk nieodwracalnych. Oczywiście, że „termokinetyczna zasada" NATANSONA obejmuje również jako szczególny przypadek wszystkie zjawiska czysto mechaniczne, podlegające klasycznej zasadzie HAMILTONA. Jeden z rozdziałów klasycznego „Traité d'Énergétique" DUHEMA opiera się właśnie na tych koncepcjach NATANSONA.

Przez szereg następnych lat zajmuje się NATANSON teorią ruchu cieczy lepkich, aż do roku 1907, w którym, pod wrażeniem dzieł LARMORA i LORENTZA, twórców elektronowej teorii materii, pisze pierwszą swą pracę o „elektromagnetycznej teorii dyspersji i ekstynkcji". Odtąd do kresu swej działalności nie przestaje się interesować zastosowaniami teorii elektronów, szczególnie do własności optycznych materii. Spośród licznych cennych prac z tej dziedziny wybija się na pierwszy plan rozprawa, ogłoszona w roku 1909 w *Journal de Physique*: „O polaryzacji eliptycznej światła w środowisku absorbującym i skręcającym płaszczyznę polaryzacji", w której NATANSON podaje pewną regułę, znaną dotychczas — szczególnie we Francji — pod nazwą „reguły NATANSONA". Odnosi się ona do *dichroizmu kołowego* w ciałach obdarzonych naturalną własnością skręcania płaszczyzny polaryzacji; tj. do niejednakowego wygaszania w ciałach optycznie czynnych obu składowych kołowych, na które można rozłożyć każdą falę świetlną spolaryzowaną liniowo. W teorii tych zjawisk, podanej po raz pierwszy przez FRESNELA, zwracano uprzednio uwagę tylko na różnicę prędkości rozchodzenia się obu kołowo spolaryzowanych składowych, nie uwzględniając tego, że również i współczynniki absorpcji muszą się różnić dla obu składowych, przez co wiązka światła liniowo spolaryzowanego przy wejściu do danego środowiska opuszcza je spolaryzowana eliptycznie.

Od roku 1929 w związku z nowopowstałą „mechaniką undulacyjną"—jak zwykł ją był nazywać—zajmuje się NATANSON podstawami optyki geometrycznej i wyprowadza kilka bardzo ogólnych twierdzeń, obejmujących jako szczególny przypadek zasadę FERMATA.

Krótki ten przegląd nie wyczerpuje oczywiście całej długoletniej i tak bogatej działalności naukowej zmarłego Uczonego; tym bardziej podziwiać należy jego niestrudzoną pracowitość,

że znajdował jeszcze czas na pisanie licznych i drobiazgowo opracowanych podręczników. Już w bardzo młodym wieku pisze piękny „Wstęp do Fizyki Teoretycznej" (Warszawa 1890), który do dzisiaj nie wiele stracił na aktualności. Następnie, odczuwając potrzeby szkolnictwa polskiego i w szkołach nieakademickich, wydaje podręczniki dla szkół wydziałowych i seminariów nauczycielskich, które doczekały się przed wojną kilku wydań, a wreszcie — wraz ze swym kolegą Konstantym ZAKRZEWSKIM — pisze w latach 1924-26 trzytomową „Naukę Fizyki" dla szkół średnich, wyróżniającą się dodatnio spośród innych podobnych dzieł ścisłością ujęcia i umiejętnością wzbudzania zainteresowań czytelnika.

Umysł i upodobania NATANSONA ogarniały znacznie szersze horyzonty, niż samą tylko fizykę. Interesowała go cała wiedza ludzka, zarówno jej historia, jak i stan obecny. Był on uczonym, filozofem i artystą w jednej osobie. Wyraz tym swoim wszechogarniającym tendencjom dał w szeregu przemówień, odczytów i szkiców literackich, zebranych w kilku tomach, z których ostatni, pod nazwą: „Prądy umysłowe w dawnym Islamie", ukazał się kilka zaledwie tygodni przed jego śmiercią. Poprzednie cztery tomy noszą tytuły: „Odczyty i Szkice" (1908), „Oblicze Natury" (1923), „Porządek Natury" (1928) oraz „Widnokrąg Nauki" (1934).

Szkiców literacko-naukowych NATANSONA nie można uważać za literaturę popularno-naukową. Forma ich jest zbyt kunsztowna, zbyt piękna, treść zbyt głęboka i oryginalna. Oprócz kilku nader interesujących artykułów, dostępnych w całości tylko dla fizyków-specjalistów, znajdujemy w nich cały szereg ślicznie i serdecznie napisanych wspomnień pośmiertnych o kolegach i przyjaciołach, uczonych tej miary, co WITKOWSKI, POTKAŃSKI, SMOLUCHOWSKI, dalej wiele życiorysów uczonych i poetów: NEWTONA, MAXWELLA, SZEKSPIRA, SHELLEYA, szkice z przeszłości Cambridge, różne wspomnienia, drobne utwory, „drobiazgi" itd.

Im więcej wczytywać się w utwory ś. p. Władysława NATANSONA, tym wyraźniej ukazuje się z poza nich ujmująca postać uczonego-samotnika, który życie całe niezmęczenie pracował dla nauki, kochał ją i wierzył w jej moralne posłannictwo, a „z odrazą i ubolewaniem spoglądał na spory, na kłótnie, na wybiegi i zabiegi ludzkie".

Nie można chyba lepiej scharakteryzować szlachetnej postaci Zmarłego, niż jego własnymi słowy, wyjętymi z przemówienia rektorskiego, wygłoszonego 15 lat temu, podczas uroczystości inauguracji roku akademickiego: „Twórcze myślenie, samotne pasowanie się z nierozwiązaną, często nieprzeczuwaną przez nikogo zagadką, jest jedną z wielkich i czystych radości, które są duchowi ludzkiemu dostępne. Ale tę radość trzeba przypłacić. Okupić ją trzeba zmęczeniem dni pracowitych, trzeba ją zdobyć, brnąc przez zniechęcenie i gorycz, trzeba ją posiąść wytrwałością i hartem. Do naukowego badania powołani są tylko nieliczni, szczęśliwi i nieszczęśliwi zarazem...".

J. Weyssenhoff

Papers published by late Lad. NATANSON

1. Słońce i węgiel (with E. NATANSON), *Przyroda i Przemysł* (1879).
2. Wartość chemiczna i jej zmienność (with E. NATANSON), *Pam. Tow. Nauk Ścisłych w Paryżu*, **12** (1880).
3. Kronika naukowa (with E. NATANSON), *Wszechświat*, **1**, 175 (1882).
4. O CLAUSIUSA zasadzie wiryału, *Pam. IV Zjazdu Lek. i Przyr. Polskich*, Poznań (1881).
5. O przyciąganiu się atomów i ruchu ich w cząsteczkach gazów (with E. NATANSON), *Pam. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* **8**, 33 (1883).
6. Zamiast kroniki (with E. NATANSON), *Wszechświat*, **2**, 157 (1883).
7. „ „ „ „ „ **2**, 175 (1883).
8. Ważka indukcyjna (with E. NATANSON), *Wszechświat*, **2**, 457 (1883).

9*a*. Badania nad dysocyacyą dwutlenku azotu (with E. NATANSON), *Kosmos* **10**, 128, 151 (1885).

b. Über die Dissoziation des Untersalpetersäuredampfes (with E. NATANSON), *Wied. Ann.* **24**, 454 (1885).

10*a*. Dalsze badania nad dysocyacyą dwutlenku azotu (with E. NATANSON), *Kosmos*, **11**, 301 (1886).

b. Über die Dissoziation des Untersalpetersäuredampfes, 2. Abh. (with E. NATANSON), *Wied. Ann.* **27**, 606 (1886).

11. Szkice ze zjazdu British Association (with E. NATANSON), *Wszechświat*, **5**, 604, 644, 635 (1886).
12. O jedności materyi (with E. NATANSON), *Ateneum*, **1**, 23 (1886).
13. Przebieg zaćmienia słońca w dn. 19 sierpnia 1887 r. w Wilnie (with E. NATANSON), *Wszechświat*, **6**, 544, 547 (1887).
14. Fotografja nieba, *Wszechświat*, **6**, 423 (1887).

15*a*. Über die kinetische Theorie unvollkommener Gase *(Magist. Diss.)*. Dorpat (1887).

b. Teorya cynetyczna gazów niedoskonałych, *Kosmos*, **13**, 58, 150 (1888).

c. Über die kinetische Theorie unvollkommener Gase, *Wied. Ann.* **33**, 683 (1888).

16. Studya nad prawem CLERK-MAXWELLA, *Prace Mat.-Fiz.* **1**, 26 (1888).
17. Über die Geschwindigkeit, mit welcher Gase den MAXWELLschen Zustand erreichen, *Wied. Ann.* **34**, 970 (1888).
18. O zadaniu TAITE'a, *Prace Mat.-Fiz.* **1**, 46 (1888).
19. Über die kinetische Theorie der JOULEschen Erscheinung *(Doctor Diss.)*. Dorpat (1888).
20. O teoryi cynetycznej zjawiska JOULE'a, *Prace Mat.-Fiz.* **2**, 75 (1890).
21. Sur l'explication d'une expérience de JOULE d'après la théorie cinétique des gaz, *C. R.* **106**, 164 (1888).

22*a*. Barometr odczytywany przy pomocy zetknięć elektrycznych (with J. J. BOGUSKI), *Kosmos*, **13**, 135 (1888).

b. Ein Barometer mit Contaktablesungen (with J. J. BOGUSKI), *Wied. Ann.* **36**, 761 (1889).

23. O podstawach cynetycznej teoryi gazów, *Prace Mat.-Fiz.* **1**, 137 (1888).
24. Uwagi nad drugiem prawem mechanicznej teoryi ciepła, *Kosmos*, **13**, 256 (1888).

25. Ze świata cząsteczek, *Ateneum*, **2**, 335 (1888).
26. Przyczynek do teoryi dysocyacyi, *Kosmos*, **13**, 222 (1888).
27. Drugi przyczynek do teoryi dysocyacyi, *Kosmos*, **13**, 301 (1888).
28. Über die Wärmeerscheinungen bei der Ausdehnung der Gase, *Wied. Ann.* **37**, 341 (1889).
29*a*. Über die kinetische Theorie der Dissoziationserscheinungen in Gasen, *Wied. Ann.* **38**, 288 (1889).
b. On the kinetic Theory of the phenomena of dissociation in Gases, *Phil. Mag.* **29**, 18 (1890).
30. O wpływie spotkań, w których uczestniczy dowolna liczba cząstek, na równowagę cieplną gazów, *Kosmos*, **14**, 44 (1889).
31. Sur la correspondance des équations caractéristiques des gaz, *C. R.* **109**, 855 (1889).
32. Sur les temperatures, les pressions et les volumes caractéristiques, *C. R.* **109**, 890 (1889).
33. Władysław GOSIEWSKI, *Wszechświat*, **8**, 646 (1889).
34*a*. Wstęp do fizyki teoretycznej. Warszawa (1890), 458 p.
b. Introduction à la Physique Théorique, *Bull. Int. Acad. Pol.* 221 (1890).
35. Thermodynamische Bemerkungen, *Wied. Ann.* **42**, 178 (1891).
36*a*. O jedności linji ortobarycznych dla roztworów i płynów jednorodnych, *Rozpr. Wydz.Mat.-Przyr. Akad. Um.* **23**, (1891).
b. Sur la concordance des courbes orthobares relatives aux dissolutions et aux fluides homogènes, *Bull. Int. Acad. Polon.* 225 (1891).
37. O rozpraszaniu energji, *Kosmos*, **16**, 30 (1891).
38. Hermann HELMHOLTZ, *Wszechświat*, **10**, 692 (1891).
39*a*. Sur les potentiels thermodynamiques, *Bull. Int. Acad. Polon.* 156 (1891).
b. Über thermodynamische Potentiale, *ZS. f. phys. Chem.* **10**, 733 (1892).
c. O potencyałach termodynamicznych, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* **24**, 137 (1893).
40*a*. O prawie zgodności termodynamicznej, *Kosmos*, **17**, 131 (1892).
b. Über das Gesetz der thermodynamischen Übereinstimmung und die Anwendung desselben auf die Theorie der Lösungen, *ZS. f. phys. Chem.* **9**, 26 (1892).
c. Sur la loi de correspondance en thermodynamique et son application aux dissolutions, *Arch. d. Sc. Phys. et Nat.* **28**, 5 (1892).
41*a*. Dynamical Illustration of the Isothermal Formula, *Phil. Mag.* **33**, 301 (1892).
b. Interprétation dynamique de l'équation de l'isotherme, *Arch. d. Sc. Phys. et Nat.* **28**, 112 (1892).
42. O odbiciu i załamaniu światła (Teorya Sir W. THOMSONA), (with W. GOSIEWSKI), *Prace Mat.-Fiz.* **3**, 163 (1892).
43. On the Probabilities of Molecular Configurations, *Phil. Mag.* **34**, 51 (1892).
44*a*. Studya nad teoryą roztworów, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* **24**, 311 (1893).
b. Etudes sur la théorie des dissolutions, *Bull. Int. Acad. Polon.* 343 (1892).
c. Studien zur Theorie der Lösungen, *ZS. f. phys. Chem.* **10**, 748 (1892).
45. O temperaturze, *Wszechświat*, **11**, 85, 101, 123 (1892).

46*a*. Sur l'interprétation cinétique de la fonction de dissipation, *Bull. Int. Acad. Polon.* 348 (1893).
b. Sur l'interprétation cinétique de la fonction de dissipation, *C. R.* **117**, 539 (1893).
c. O znaczeniu kinetycznem funkcyi dysypacyjnej, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* **29**, 171 (1894).
d. Über die kinetische Bedeutung der Dissipationsfunktion, *ZS. f. phys. Chem.* **13**, 437 (1894).
e. On the kinetic interpretation of the dissipation function, *Phil. Mag.* **39**, 455 (1895).
47. Ciśnienie światła, *Wszechświat*, **12**, 177 (1893).
48*a*. Uwaga termodynamiczna o prawie MAXWELLA, *Prace Mat.-Fiz.* **5**, 118 (1894).
b. Thermodynamische Deutung des MAXWELLschen Gesetzes, *ZS. f. phys. Chem.* **14**, 151 (1894).
c. Interprétation thermodynamique de la loi de MAXWELL, *Arch. d. Sc. Phys. et Nat.* **32**, (1894).
49. Wiadomości z nauki fizyki dla szkół wydziałowych. Ossolineum, Lwów (1894).
50. Początkowa nauka fizyki. Warszawa, M. Arct (1895), 122 p.
51*a*. Sur l'énergie cinétique du mouvement de la chaleur et la fonction de dissipation correspondante, *Bull. Int. Acad. Polon.* 295 (1894).
b. O energii kinetycznej ruchu ciepła i o funkcji dysypacyjnej odpowiedniej, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* **27**, 273 (1895).
c. Über die kinetische Energie der Bewegung der Wärme und die entsprechende Dissipationsfunktion, *ZS. f. phys. Chem.* **16**, 289 (1895).
d. On the kinetic energy of the motion of heat and the corresponding dissipation function, *Phil. Mag.* **39**, 501 (1895).
52*a*. O temperaturze krytycznej wodoru, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* **27**, 374 (1895).
b. Sur la temperature critique de l'hydrogène, *Bull. Int. Acad. Polon.* 93 (1895).
c. „ „ „ „ *Journ. de Phys. théor. et appl.* **4**, 219 (1895).
d. Über die kritische Temperatur des Wasserstoffes, *ZS. f. phys. Chem.* **17**, 43 (1895).
53*a*. O rozprężeniu adiabatycznem w pobliżu stanu krytycznego, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* **28**, 220 (1895).
b. Sur la détente adiabatique au voisinage du point critique, *Bull. Int. Acad. Polon.* 130 (1895).
c. Sur la détente adiabatique au voisinage du point critique, *Journ. d. Phys. théor. et appl.* **4**, 305 (1895).
d. Über die adiabatische Expansion in der Nähe des kritischen Punktes, *ZS. f. phys. Chem.* **17**, 267 (1895).
54. On the critical temperature of hydrogen and the theory of adiabatic expansion in the neighbourhood of the critical point, *Phil. Mag.* **39**, 272 (1895).
55. Materya i energia, *Wszechświat*, **14**, 129 (1895).
56*a*. O prawach zjawisk nieodwracalnych, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* **30**, 309 (1896).

b. Sur les lois des phenomènes irreversibles, *Bull. Int. Acad. Polon.* 117 (1896).
c. Über die Gesetze nicht umkehrbarer Vorgänge, *ZS. f. phys. Chem.* **21**, 193 (1896).
d. On the laws of irreversible phenomena, *Phil. Mag.* **41**, 385 (1896).
57. O niektórych nowych w termodynamice postępach, *Wiad. Mat.* **1**, 27 (1897).
58*a.* Sur la théorie cinétique du mouvement tourbillonaire, *Bull. Int. Acad. Polon.* 155 (1897).
b. O teoryi kinetycznej ruchu wirowego, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* **33**, 154 (1898).
59*a.* O termokinetycznych własnościach potencyałów termodynamicznych, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* **34**, 67 (1897).
b. Sur les proprietés thermocinétiques des potentiels thermodynamiques, *Bull. Int. Acad. Polon.* 247 (1897).
c. Über thermokinetische Eigenschaften thermodynamischer Potentiale, *ZS. f. phys. Chem.* **24**, 302 (1897).
60. Z powodu „Zasad Fizyki" prof. Augusta WITKOWSKIEGO, *Wiad. Mat.* **2**, 36 (1898).
61*a.* Sur les changements d'état dans un système en mouvement, *Bull. Int. Acad. Polon.* 103, 201 (1898).
b. Über die Zustandsänderungen in einem in Bewegung begriffenen System., *ZS. f. phys. Chem.* **26**, 285 (1898).
c. O wpływie ruchu na zmiany stanu skupienia, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* **35**, 220 (1899).
62*a.* Sur les propriétés thermocinétiques des solutions, *Bull. Int. Acad. Polon.* 294 (1898).
b. O termokinetycznych własnościach roztworów, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* **35**, 377 (1899).
c. Über die thermokinetische Eigenschaften der Lösungen, *ZS. f. phys. Chem.* **30**, 681 (1899).
63. Life in a Polish University, *The Magnet* **1**, 183 (1899), Bristol Univ. Coll.
64. Sur les proprietés thermocinétiques des dissolutions. Deuxième note, *Bull. Int. Acad. Polon.* 349 (1899).
65. Streszczenie odczytu, wygłoszonego w czasie IX Zjazdu Polskich Lekarzy i Przyrodników, *Dziennik IX Zjazdu*, Kraków (1900).
66*a.* O podwójnem załamaniu w cieczach odkształconych, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* (A) **41**, 306 (1901).
b. Sur la double refraction accidentelle dans les liquides. *Bull. Int. Acad. Polon.* 161 (1901).
c. On double-refraction in moving viscous liquids, *Phil. Mag.* **2**, 469 (1901).
d. Über die temporäre Doppelbrechung des Lichtes in bewegten reibenden Fülssigkeiten, *ZS. f. phys. Chem.* **39**, 355 (1901).
67*a.* O prawach tarcia wewnętrznego, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* (A) **41**, 223 (1901).
b. Sur les lois de la viscosité, *Bull. Int. Acad. Polon.* 95 (1901).
c. On the laws of viscosity, *Phil. Mag.* **2**, 342 (1901).
d. Über die Gesetze der inneren Reibung, *ZS. f. phys. Chem.* **38**, 690 (1901).

68. Mechanika teoretyczna. *Poradnik dla samouków*, Vol. I. (1901).
69*a*. O prawach zjawisk dyfuzyjnych, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* (A) **41**, 447 (1901).
b. Sur les lois de la diffusion, *Bull. Int. Acad. Polon.* 335 (1901).
70. Wiadomości z nauki fizyki dla Seminariów Nauczycielskich. Lwów (1901), 210 p.
71. Prawo zachowania materyi, *Wszechświat*, 21, 62, 1902).
72. Ein Überblick über die Erscheinungen im materiellen Weltall, *Ann. d. Naturphil.* **1**, 133 (1902).
73*a*. O rozchodzeniu się małych ruchów w płynach lepkich, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* (A) **42**, 28 (1902).
b. Sur la propagation d'un petit mouvement dans un fluide visqueux, *Bull. Int. Acad. Polon.* 19 (1902).
c. Über die Fortpflanzung einer kleinen Bewegung in einer Flüssigkeit mit innerer Reibung, *ZS. f. phys. Chem.* **40**, 581 (1902).
74*a*. O przewodnictwie cieplnem poruszającego się gazu, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* (A) **42**, 70 (1902).
b. Sur la conductibilité calorifique d'un gaz en mouvement, *Bull. Int. Acad. Polon.* 137 (1902).
75*a*. O funkcyi dysypacyjnej płynów lepkich, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* (A) **42**, 339 (1902).
b. Sur la fonction dissipative d'un fluide visqueux, *Bull. Int. Acad. Polon.* 488 (1902).
c. Sur la fonction dissipative d'un fluide visqueux, *Journ. de Phys. théor. et appl.* (IV) **2**, 702 (1903).
d. Über die Dissipationsfunktion einer zähen Flüssigkeit, *ZS. f. phys. Chem.* **43**, 179 (1903).
76*a*. O odkształceniu krążka plastyczno-lepkiego, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* (A) **42**, 405 (1902).
b. Sur la deformation d'un disque plastico-visqueux, *Bull. Int. Acad. Polon.* 494 (1902).
c. Über die Deformation einer plastisch-viskösen Scheibe, *ZS. f. phys. Chem.* **43**, 185 (1903).
77. Inertia and Coercion, *Journ. of Phys. Chem.* **7**, 118 (1903).
78. Über einige von Herrn B. WEINSTEIN zu meiner Theorie der inneren Reibung gemachten Bemerkungen, *Phys. ZS.* **4**, 541 (1903).
79*a*. O zastosowaniu równań LAGRANGE'A w teoryi tarcia wewnętrznego, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* (A) **43**, 179 (1903).
b. Sur l'application des équations de LAGRANGE dans la théorie de la viscosité, *Bull. Int. Acad. Polon.* 268 (1903).
80*a*. O stopniu przybliżenia pewnych równań w teoryi tarcia wewnętrznego, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* (A) **43**, 915 (1903).
b. Sur l'approximation de certaines équations de la théorie de la viscosité, *Bull. Int. Acad. Polon.* 283 (1903).
81*a*. Uwagi nad teoryą zjawiska zluźniania, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* (A) **43**, 595 (1903).
b. Remarques sur la théorie de la relaxation, *Bull. Int. Acad. Polon.* 767 (1904).

82*a*. O pewnej właściwości podwójnego załamania światła w cieczach odkształconych, mogącej posłużyć do wyznaczenia ich czasu zluźniania, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* (A) **43**, 12 (1903).

b. Sur une particularité de la double réfraction accidentelle dans les liquides pouvant servir à la détermination de leur temps de relaxation, *Bull. Int. Acad. Polon.* 1 (1904).

83. Sur une particularité de la double réfraction accidentelle dans les liquides, *Journ. de Phys.* (IV) **4**, 183 (1905).

84. Sur une particularité de la double réfraction accidentelle dans les liquides. Deuxième note, *Journ. de Phys.* (IV) **4**, 783 (1905).

85*a*. Uwagi nad pracami prof. ZAREMBY, tyczącemi się teoryi podwójnego załamania światła w cieczach odkształconych, *Rozpr. Wydz. Mat.-Przyr. Ak. Um.* (A) **44**, 133 (1904).

b. Remarques sur les travaux de M. ZAREMBA relatifs à la théorie de la double réfraction accidentelle dans les liquides, *Bull. Int. Acad. Polon.* 103 (1904).

86*a*. On the electromagnetic theory of dispersion and extinction in gaseous bodies, *Bull. Int. Acad. Polon.* 316 (1907).

b. Beitrag zur elektromagnetischen Theorie der Extinktion und Dispersion in gasförmigen Stoffen, *ZS. f. phys. Chem.* **61**, 321 (1907).

87. Odczyty i szkice. Warszawa, (1908), 131 p.

88. Notatka o lordzie KELVINIE, *Spraw. z czynn. i pos. Ak. Um.* **13**, 7 (1908) (not signed).

89. On the elliptic polarization of light transmittted through an absorbing gaseous medium, parallel to the lines of an extraneous magnetic field, *Bull. Int. Acad. Polon.* 129 (1908).

90*a*. On the elliptic polarization of light transmitted through an absorbing naturally-active medium, *Bull. Int. Acad. Polon.* 764 (1908).

b. Sur la polarisation elliptique de la lumière transmise à travers un milieu absorbant et doué du pouvoir rotatoire, *Journ. de Phys. théor. et appl.* **8**, 321 (1909).

91. Note supplementary to the paper „ On the elliptic polarization of light transmitted through an absorbing naturally-active medium", *Bull. Int. Acad. Polon.* 25 (1909).

92. Note on the theory of dispersion in gaseous bodies, *Bull. Int. Acad. Polon.* 909 (1909).

93. On the theory of extinction in gaseous bodies, *Bull. Int. Acad. Polon.* 915 (1909).

94. On the theory of double refraction induced by an electric or a magnetic field, *Bull. Int. Acad. Polon.* (A), 256 (1910).

95a. On the statistical theory of radiation, *Bull. Int. Acad. Polon.* (A), 134 (1911).

b. Über die statistische Theorie der Strahlung, *Phys. ZS.* **12**, 659 (1911).

96. On the energy-content of material bodies, *Bull. Int. Acad. Polon.* (A), 95, (1291).

97. Zasady teoryi promieniowania, *Prace Mat.-Fiz.* **24**, 1 (1913).

98. On the scattering of light in a gaseous medium, *Bull. Int. Acad. Polon.* (A), 1 (1914).

99. On the molecular theory of the reflexion of light, *Bull. Int. Acad. Polon.* (A), 335 (1914).
100. On the propagation of energy, as conveyed by radiation, through material media, *Bull. Int. Acad. Polon.* (A), 221 (1916).
101. Secondary radiation from simple rotators, *Bull. Int. Acad. Pol.* (A), 525 (1916).
102. O potrzebach naukowych w zakresie fizyki (with M. SMOLUCHOWSKI), *Nauka Polska*, **1**, 19, 44 (1918).
103. On the molecular theory of refraction, reflexion and extinction, *Phil. Mag.* **38**, 269 (1919).
104. Sprawozdanie tymczasowe z przebiegu zgromadzenia konstytucyjnego „Rady Międzynarodowej Badań Naukowych", Kraków (1919).
105. Wiadomości z nauki fizyki (with K. ZAKRZEWSKI), Lwów, (1921).
106. Science in Poland, *Nature*, **109**, 278 (1922).
107. PASTEUR, *Przegląd Współczesny* (1923).
108. Nauka Fizyki (with K. ZAKRZEWSKI), Vol. I—III (1921—1925).
109. Proste prawdy, *Czas* (1923).
110. Oblicze Natury, Kraków (1923), 231 p.
111. Promieniotwórczość, *Ilustr. Kur. Codz.* (1924).
112. Recenzja o „Zasadach teorji ciepła" prof. M. WOLFKEGO, *Przegląd Techn.* 34 (1924).
113. Recenzja o książce prof. KUCHARZEWSKIEGO „Mechanika w swym rozwoju historycznym", *Przegl. Techn.* 63 (1925).
114. Pionier od Wschodu, *Kurjer Warszawski* (1925).
115. Nieoczekiwana wizyta—Michał FARADAY, *Młody Polak* (1926).
116. On the theory of molecular scattering and extinction of light, *Bull. Int. Acad. Polon.* (A), 193 (1926).
117. Drgania dokoła ruchu trwałego, *Roczniki Chemji* **6**, 362 (1926).
118. Pisma M. SMOLUCHOWSKIEGO. Przedmowa, Vol. I, Kraków (1924).
119. Przypisek do rozprawy M. SMOLUCHOWSKIEGO p. t. „O fluktuacjach termodynamicznych i ruchach BROWNA". Pisma M. SMOLUCHOWSKIEGO, Vol. II, p. 354, Kraków (1927).
120. Pisma M. SMOLUCHOWSKIEGO. Przypisy, Vol. III, p. 348, Kraków (1928).
121. Porządek Natury, Kraków (1928), 207 p.
122. O stylu. O formie, *Czas* (1927).
123. List do Redakcji (with K. ZAKRZEWSKI), *Wszechświat*, II, **1**, 12 (1928).
124. „ „ „ „ „ „ „ „ 44 „
125. Uwagi w sprawie Wydziałów Filozoficznych Uniwersytetów oraz przygotowania młodzieży ze szkół średnich, *Rocznik Pedagog.* **3**, 113 (1928).
126. Some properties of groups of wave disturbances, *Bull. Int. Acad. Polon.* (A), 213 (1929).
127. The eiconal vector theorem and FERMAT's principle, *Bull. Int. Acad. Polon.* (A), 401 (1929).
128*a*. Pierwsze zasady Mechaniki Undulacyjnej, Warszawa (1930).
b. „ „ „ „ *Prace Mat.-Fiz.* **37**, 1 (1930).
129. Theorems connected with FERMAT's principle, *Bull. Int. Acad. Polon.* (A), 421 (1930).

130. Przemówienie na otwarciu V Zjazdu Fizyków Polskich w Poznaniu, *Pam. Zjazdu*, Poznań (1930).
131. General propositions involving FERMAT's Principle and other concomitant theorems, *Bull. Int. Acad. Polon.* (A), 612 (1931).
132. MICHELL i CAVENDISH, *Wszechświat*, II, **4**, 99 (1931).
133. Dziecięce lata MAXWELLA, *Przegląd Współcz.* **43**, 13 (1932).
134. Szkoły Akademickie, *Przegląd Współcz.* **44** 281 (1932).
135. On steady fields of radiation, *Bull. Int. Acad. Polon.* (A), .298 (1933).
136. FERMAT's principle, *Phil. Mag.* **16**, 178 (1933).
137. Widnokrąg Nauki. Książnica-Atlas, Warszawa (1934), 269 p.
138. List do ks. Rektora MICHALSKIEGO, *Czas* (1934).
139. Megalomania Universalis, *Czas* (1935) (not signed).
140. Mutakalimun, *Czas* (1935).
141. HULAGU, *Czas* (1936).
142. Z prądów umysłowych dawnego Islamu, Książnica-Atlas. Warszawa (1937), 149 p.

Ladislas NATANSON, l'homme et l'humaniste*

I.

Dans le cabinet de travail de NATANSON le portrait de CLERK MAXWELL occupait une place d'honneur, de manière qu'à chaque moment le regard du professeur pouvait se tourner aisément vers l'effigie de celui qui était pour lui la personne la plus proche et la plus aimée, comme homme et comme savant, bien qu'elle n'appartenait plus au monde des vivants. NATANSON admirait certainement le génie de MAXWELL, mais il estimait non moins la largeur de ses vues qui n'admettaient pas de barrières infranchissables entre les sciences naturelles et les lettres. Il rappelait que son ami disparu était un connaisseur de la grande littérature anglaise, qu'il y puisait sa joie et sa résignation, qu'il aimait BURNS, qu'il estimait BROWNING, qu'il citait TENNYSON, qu'il admirait SHELLEY, mais que par-dessus tout il aimait SHAKESPEARE, auquel il revenait continuellement, qu'il relisait aux jours de joie et aux jours de douleur atroce, auquel revint même lorsqu'il sentit l'approche du dernier moment de sa vie.

NATANSON a placé le portrait de MAXWELL à la place d'honneur dans son cabinet de travail, car il s'était aperçu que ce grand homme avait les mêmes penchants, les mêmes désirs que ceux qu'il sentait lui-même au fond de son âme. Il relisait avec joie ses épigrammes et ses lettres, furetait à maintes reprises dans sa biographie, jusqu'à ce qu'un jour il finit par tracer en polonais un portrait magistral du grand Ecossais respirant la vénération profonde que celui-ci inspirait à l'auteur.

De même que CLERK MAXWELL, Ladislas NATANSON fut un homme du Symposion Platonien qui n'a encore pas pris fin, mais qui dure, en réunissant au cours des siècles autour de la même table les génies créateurs, sans distinction de nationalité. Font part du Symposion surtout ceux qui, animés par le souffle d'Eros créateur, savent s'élever au-dessus des barrières qui séparent les sciences les unes des autres, les sciences naturelles et les lettres. Font part du Symposion ceux, qui trouvent l'essor à l'envolée de leur génie dans une amitié pure et grande. Quiconque a jamais approché

* Traduit du polonais per Léon KLECKI.

NATANSON, s'est immédiatement aperçu de sa vénération profonde pour le travail créateur de l'esprit humain.

NATANSON se disait autodidacte et il ajoutait que jamais il n'a su être disciple, que toujours il a été son propre maître et son propre guide, car la formation de son âme n'a jamais admis autre chose. Il disait tout cela, bien qu'il avait reçu son instruction secondaire dans un lycée („gymnase") classique de Varsovie, qu'il avait fait ses études supérieures à la faculté des sciences (physiques et mathématiques) de l'Université de St. Pétersbourg, qu'il avait travaillé à Cambridge, qu'il avait été à Graz chez BOLTZMANN; il disait tout cela parce que partout il a travaillé d'une manière indépendante, incité par des impulsions créatrices spontanées. C'est pourquoi dans le discours prononcé en sa qualité de Recteur de l'Université Yaguellone, à l'occasion de l'inauguration d'une nouvelle année scolaire, il encourageait la jeunesse d'être son propre maître et son propre guide, car ce n'est que par sa propre pensée, par son propre tourment qu'elle pourra se frayer la voie qui mène au travail créateur.

Une telle disposition d'âme avait sa source dans les profondeurs de sa vie sentimentale. Tout le monde savait que NATANSON aimait la solitude, qu'il avait une aversion pour le vacarme du monde, qu'il se sentait isolé chaque fois qu'il se trouvait au milieu de gens, dont il n'avait pas encore pénétré l'âme. Il n'aimait pas les villes d'eaux, les excursions en compagnie, il cherchait les moments où il pouvait rester seul avec ses pensées. „Je vis en solitaire", écrivait-il dans une de ses lettres, „je vis en contemplation au milieu des murs de ma chambre; l'arbre devant la fenêtre cache la rue, les livres ouvrent la vue du monde". Sur l'une des parois de sa chambre se trouvait une copie de l'„Ermite" de BOECKLIN, lequel, dans son froc de moine, joue du violon devant un Calvaire, en pleine solitude, écouté par quelques anges qu'on entrevoit à peine. Il aimait beaucoup ce tableau qui exprima't ses penchants les plus profonds. Pour lui, comme pour l'ermite, la solitude complète était douce, *beata solitudo*. Les heures de solitude étaient pour lui les heures les plus heureuses et les plus fécondes, car il affirmait que c'est alors que l'âme grandit et que les affaires et les menées des hommes nous paraissent futiles.

Il se retirait dans son ermitage pour y méditer, chaque fois qu'il se heurtait à un abrutissement des moeurs, car il estimait la

valeur morale non moins que la puissance de la pensée. C'est sans doute une telle disposition d'âme qui lui a suggéré le joli écrit qui porte le titre „En marge de Robinson CRUSOE". Il a compris, profondément impressionné, la cause pour laquelle Daniel de FOE avait dans sa 58-e année émigré en imagination avec son marin de York dans une île lointaine. Comme de FOE qui dans son rêve de l'île lointaine oubliait l'outrage du pilori auquel il avait été exposé, NATANSON tâchait dans ses méditations solitaires de se tenir loin des luttes des hommes poussés par l'envie.

Le silence était pour NATANSON non moins doux que pour Thomas a Kempis lorsque celui-ci écrivait dans l'*Imitation: Continuata cella dulcescit.* D'ailleurs il a su peupler son ermitage. „Je voudrais", écrivait-il une fois, „vivre de nouveau dans le silence, dans le recueillement, communier avec des esprits élevés". Bien qu'il se considérait comme autodidacte, il reconnaissait ce qu'il devait aux grands physiciens des époques depuis longtemps écoulées ou plus récentes. Il savait évoquer les esprits, mieux qu'aucun spiritiste. Lorsqu'il parlait de NEWTON, de Fr. BACON, de CLAUSIUS, de MAXWELL, de SHELLEY et lorsqu'il écrivait sur ces grandes figures, on avait l'impression qu'elles étaient encore vivantes, comme l'étaient à cette époque Auguste WITKOWSKI, GOSIEWSKI ou SMOLUCHOWSKI.

On percevait dans son âme des facultés polaires, capables de pousser ses sentiments jusqu'à des effervescences sublimes. On ne saurait dire ce qui dominait en lui: l'amour de la solitude ou le besoin de l'amitié.

Il appelait malheureux ceux pour lesquels la vie s'est écoulée sans avoir été embellie par une amitié limpide, pure, juvénile. Il trouvait que l'amitié était un genre de sympathie qui prend naissance dans les profondes harmonies de l'âme pour se développer en une pleine compréhension mutuelle. „Il n'y a rien", écrivait-il, „qui saurait enrichir l'âme plus qu'un sentiment de bienveillance calme, proche, raisonnable, qu'on offre à son ami et qui est partagé par lui". C'est pourquoi son ermitage s'ouvrait au moins une fois par semaine pour ses amis, pour des esprits créateurs, car selon lui le Symposion Platonien n'a cessé de durer parmi les vivants et ne doit cesser jamais.

NATANSON se sentait attiré par les hommes du Symposion et ceux-ci se sentaient attirés par lui. A peine fut-il reçu comme

chargé de cours à Cracovie en 1891, qu'il conclut une amitié à vie avec un poète, un historien, un professeur d'anatomie: Constantin GÓRSKI, Charles POTKAŃSKI, Casimir KOSTANECKI et forma avec eux la "clique". Celle-ci engloba bientôt d'autres personnes, de nombreux artistes et des professeurs, comme Hyacinthe MALCZEWSKI, le P. PAWLICKI, WITKOWSKI, C. MORAWSKI et d'autres. Chacun des participants au Symposion guidait ses amis à travers les régions intellectuelles qui l'intéressaient et auxquelles il vouait ses efforts créateurs. De longues années après, dans la préface au recueil de la correspondance de POTKAŃSKI, NATANSON raconta comme il s'était jadis entretenu avec POTKAŃSKI et WITKOWSKI sur le fond et la mission de l'histoire, avec POTKAŃSKI et RUDZKI sur l'infini de l'univers, avec le P. PAWLICKI sur les grands problèmes de la conscience et sur l'immortalité de l'âme.

L'esprit du Symposion vivait dans NATANSON, il l'apportait partout, dans ses cours, aux séances de l'Académie Polonaise des Sciences, dans l'attitude des établissements et des sociétés scientifiques, on le sentait quand il écrivait sur Cambridge, sur la Royal Society, sur l'*Alma Mater* Cracovienne. Le même ton chaleureux et noble du Symposion se faisait entendre lorsque, en qualité de Recteur de l'Université, il parlait des joies et des misères de l'étudiant de Cracovie, lorsqu'il écrivait sur FARADAY au „Jeune Polonais" pour entraîner les jeunes âmes vers les ravissements de la contemplation.

NATANSON apportait au Symposion commun ce qu'il avait de meilleur dans son âme: un vaste savoir, une pensée claire, un coeur ardent. Ce qui étonnait néanmoins, c'est que de temps en temps on percevait dans ses paroles un ton de douleur qui s'échappait des profondeurs de son âme, témoin d'une souffrance énigmatique. Vers la fin de sa vie il se plaignait quelquefois, il est vrai, de l'état de sa santé, mais ce n'est pas de cela qu'il s'agissait. Lorsqu'il parlait plus clairement de sa douleur, on sentait bien qu'il ne s'agissait pas de souffrances physiques. Sa douleur avait sa source dans le travail quotidien, dans sa vision théorique de la nature de l'univers.

Il allait au-devant de la vérité, suivant le conseil de PLATON, il y allait, poussé par le désir de la saisir, et il s'apercevait qu'on ne recueille que des parcelles de la vérité, que des phantômes, alors que la réalité se perd dans l'obscurité à mesure qu'on augmente

l'effort pour l'atteindre. La douleur engendrée par la recherche passionnée de la vérité le rapprochait du personnage qu'il estimait le plus, qu'il chérissait le plus, de MAXWELL.

Lorsqu'il cherchait le beau dans la nature, il y trouvait une douleur qu'il n'avait pas cherchée. Dans une de ses lettres il fit l'aveu que dans la nature il y a plus de douleur que de beau... „Les vues de la nature ne m'ont jamais paru joyeuses; elles sont parfois terrifiantes et sauvages, mais elles sont toujours muettes et par cela même douloureuses. Condamnées à garder le silence à jamais, les choses sont singulièrement dramatiques. D'ailleurs l'éloquence du silence dépasse infiniment les paroles des hommes". Dans un carrefour de Cracovie il éprouvait surtout la nostalgie de l'infini de l'océan et de ses bruits. „Vues non urbaines! Je les désire. Je voudrais voir l'océan, entendre son bruissement, son gémissement éternel, sa plainte continuelle, je voudrais regarder une steppe s'étendant à perte de vue".

Il se rendait compte que l'homme souffre bien autrement que la nature qui l'entoure, car ce n'est qu'en lui que naissent les désirs insatiables de l'âme. „Pourquoi devons-nous, nous hommes, souffrir tant et pourquoi sommes-nous capables de souffrir tant? Un tilleul, un bouleau vivent, respirent, croissent, peut-être souffrent-ils lorsqu'ils perdent leurs feuilles en automne, mais ils souffrent sans pousser une plainte". Son regard passait continuellement de la nature à l'homme, car il était convaincu qu'on ne saurait comprendre l'une sans l'autre, qu'on commet une grave erreur si on sépare les sciences et les lettres.

II.

Il n'existe point de Symposion de la nature avec l'homme, car la nature est condamnée à garder éternellement le silence, alors que l'homme est capable de lire et de répondre, il est capable d'objectiver continuellement son âme et de former par là le domaine des humanités.

Bien que NATANSON distinguait nettement les sciences naturelles et les humanités, il n'a jamais consenti qu'on creusât un abîme entre les unes et les autres.

Dans ses conversations avec l'historien Charles POTKAŃSKI il répétait souvant la thèse que le principe d'irréversibilité est va-

lable loin au-delà de la nature inanimée, il répétait que le physicien découvre dans les faits historiques et sociaux les mêmes allures que celles qu'il connaît dans le monde par lui exploré.

Ce sont surtout les „Menus écrits" („Drobiazgi", 1925) de NATANSON qui prouvent jusqu'à quel point il rapprochait la tâche du savant de celle de l'humaniste. CARLYLE a affirmé jadis qu'„il n'y a que le fait qui a de l'importance. Jean sans Terre a été ici, il a passé par là, voilà la réalité admirable pour laquelle je donnerais volontiers toutes les théories qu'on a inventées depuis le commencement du monde". Sur le compte de cette thèse de l'historien anglais H. POINCARÉ a fait l'observation mordante: „Il importe peu que Jean sans Terre soit passé par là, puisqu'il n'y passera plus jamais". NATANSON défend CARLYLE, bien qu'en principe il ne veut pas contredire POINCARÉ. Il s'appuie sur l'idée d'HÉRACLITE que l'univers se transforme continuellement et il conclut: „Nous ne connaissons que l'*histoire* de toutes choses. Un fait physique est donc au fond un fait historique; l'historien et le physicien commencent leur travail au même niveau".

C'est pourquoi son âme a frémi quand il apprit l'existence d'un projet de division de la Faculté de Philosophie de l'Université Yaguellone en deux facultés, l'une pour les sciences, l'autre pour les lettres. Il répétait avec une ardeur juvénile qu'il ne faut pas séparer, mais joindre et enrichir le legs de la tradition. Il rappelait que, quand nous étudions la nature, nous sommes et nous restons néanmoins hommes. Nous sommes hommes quand nous nous efforçons de comprendre l'oeuvre de la Création, quand nous avons le sentiment de la nature et quand nous l'aimons, quand nous vivons avec elle et quand nous nous unissons intimement avec elle. L'humaniste c'est celui qui sait être homme; est homme celui qui admire et qui adore la nature, et non pas celui qui ne l'aime pas, qui ne la comprend pas. Si l'on admet ceci, il faut convenir que la Faculté de Philosophie entière et même l'Université entière doivent être humanistes. NATANSON disait que, bien qu'il travaillait lui-même sur le terrain de la physique théorique, il n'y avait certainement personne qui admirerait plus que lui les enseignements de l'histoire et la sagesse profonde déposée dans les oeuvres littéraires. Son opinion n'a pas manqué d'exercer une influence prépondérante sur le sort de la Faculté de Philosophie de l'Université Yaguellone qui continue de grouper les naturalistes et les humanistes.

Ce que NATANSON a dit pour défendre les lettres au sein de la Faculté de Philosophie n'était autre chose que ce qu'il avait en vue dans tous ses essais monographiques. Nous admirons les portraits qu'il a tracés de MAXWELL et de FARADAY, de Fr. BACON et de NEWTON, de SMOLUCHOWSKI et de WITKOWSKI, d'ALHAZEN et des Alexandrins dans son „Aspect de la Nature" (1924), dans l'„Horizon de la Science" (1934) et dans les „Courants intellectuels dans l'ancien Islam" (1937). Nous les admirons sans doute parce qu'ils nous font comprendre comment on se posait les problèmes dans l'antiquité et comment on les résolvait, mais notre admiration croît à mesure que l'auteur nous montre dans les génies de la science l'humanité noble avec ses affections et ses élans. Dans tous ses essais monographiques NATANSON avait en vue surtout l'homme. Quand il a achevé la biographie de FARADAY, il écrivit dans une de ses lettres: „J'ai vécu avec une grande âme, un homme simple et noble. Il était un rêveur, mais il a su transformer ses rêves en une puissance qui a entraîné les générations qui le suivirent. Et il était tellement calme et modeste, tellement bon, doux, serein, qu'on devient saisi d'amour pour son âme, malgré les années écoulées, malgré le brouillard lointain de la distance qui nous sépare".

Parmi tous les écrivains du monde il estimait surtout SHAKESPEARE, car c'est lui et nul autre qui nous a légué des annales des âmes humaines, Quand en 1932 il reçut la nouvelle édition oxfordienne des oeuvres de SHAKESPEARE avec la préface de Alg. Ch. SWINBURNE, il publia dans le „Czas" un article enthousiaste, dans lequel il n'hésita pas de dire: „Hamlet et Falstaff, Richard III et Hotspur, Dogberry et Polonius, Caliban et Jack CADE, Lady Macbeth et Cléopatre, Viola et Rosalinde, ce sont des caractères, des notions non moins grandioses et hardies que les matrices et les opérateurs de la physique moderne".

Dans ses „Menus écrits" il déclara que „l'effroi et le désespoir, la génie et la barbarie ont guidé DOSTOIEVSKY jusqu'aux gouffres mystérieux de l'âme humaine, qu'ils en ont tiré la démence et presque le souffle du suicide". „Le Crime et le Châtiment" est l'éclair d'une révélation que nous ne saurions exprimer; nous manquons pour cela de paroles et de forces". Encore en 1906 il écrivait sur la littérature russe: „Quel monde étrange, quelle littérature jeune, un peu „verte", presque pas encore mûre..., ar-

dente et forte, exubérante et révolutionnaire dans chaque parole, dans chaque sujet, dans chaque idée. J'y trouve quelque chose d'attrayant par la sincérité, par l'esprit de suite..., par l'humanitarisme, et en même temps je suis repoussé par l'archibrutalité, par l'exagération des théories radicales, par la faiblesse et la désorganisation des actes, par le germe de la décomposition. Qu'est ce que deviendra ce colosse? Qu'est ce que nous deviendrons"? Il était charmé par la sérénité dont respirent les oeuvres de SIENKIEWICZ, il était repoussé par le souffle d'Orient chez ŻEROMSKI.

L'aspect de la nature, condamnée à rester silencieuse à jamais, lui paraissait douloureux. Puisqu'il n'y a que l'homme qui soit capable de rompre ce silence, c'est donc sa parole qui doit exprimer tout ce qui vibre dans l'âme vivante de l'homme et dans l'univers inanimé.

Dans son essai sur le Style („Czas", 1927) il développait l'idée qu'on ne sourait séparer l'idée de la parole et la parole de l'idée, si l'on ne se décide pas à se servir de clichés usés. On aurait envie de citer les opinions de NATANSON sur la manière d'écrire de MAUPASSANT et de MUSSET, de BYRON et de SHELLEY, de Victor HUGO et de BALZAC, d'Anatole FRANCE et de bien d'autres. Il a lu attentivement chacun de ces auteurs, chacun lui a appris l'art d'écrire. Il apprenait cet art chez tous les écrivains, bien qu'il écrivait incité surtout par son propre tempérament, revêtu de culture humaniste. Il y a de nos jours peu de monde en Pologne qui sache écrire des lettres, comme les écrivait NATANSON; chacune d'elles est un vrai bijou littéraire qui mériterait d'être publié.

L'aspect de l'univers inanimé condamné à un silence éternel était douloureux pour NATANSON, et néanmoins il se plaisait à le regarder sous son jour macroscopique, pour y placer à l'endroit approprié chaque grandeur et chaque valeur. Dans les „Courants intellectuels dans l'ancien Islam" il rappelle combien ridiculement insignifiante en comparaison avec l'univers est notre planète laquelle, en tournant autour de son axe et autour du soleil, entraîne avec elle des états et des nations; il rappelle à quel point l'homme est insignifiant devant la poussière qu'est la terre. Il rappelle tout ceci pour exalter immédiatement après la grandeur de la conscience humaine capable d'unir en nations puissantes des millions d'êtres fragiles.

NATANSON s'intéressait également aux simples êtres humains qu'aux communautés dont elles sont formées. Vers la fin de sa vie le sort de la civilisation lui inspirait une angoisse profonde, car il entrevoyait des symptômes de décomposition interne de cette civilisation. Il avait cependant une foi inébranlable dans le progrès de l'humanité. Dans sa jeunesse TAINE et CARLYLE l'ont impressionné vivement; vers la fin des ses jours, au cours des derniers mois, il fut impressioné profondément par l'„Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'Esprit humain" de CONDORCET. Il rêva d'écrire un ouvrage semblable. Il traça un plan de celui-ci, il rassemblait des notices et des données bibliographiques dans un cahier volumineux, sur la couverture duquel on voyait: „Coup d'oeil sur le cours suivi par la pensée humaine pour s'emparer du monde dans lequel nous vivons". Des maladies ont cependant commencé à épuiser son organisme jusqu'alors robuste et NATANSON fut saisi d'une douleur jusque-là inconnue. Il était tourmenté par l'idée de l'infructuosité de sa vie et de son impuissance. Et cependant il ne voulait pas renoncer au travail créateur, car il écrivait à son ami Mgr. GODLEWSKI: „Si l'âme d'un vieillard ressemble á une maison qui s'écroule, on peut néanmoins peut-être apercevoir à travers des fissures et des fentes la lueur ou peut-être même la flamme d'un foyer". Son foyer s'est éteint le 26 février 1937.

Il a quitté la terre pour se rendre au Symposion, où l'homme se trouve devant Dieu. Il écrivait peu de temps avant sa mort: „il n'y a que dans le silence qu'on peut percevoir des harmonies profondes, une musique mystérieuse que le bruit du monde étouffe; dans sa conversation solitaire avec le Créateur l'âme se retrouve, se reconnaît et entonne sa propre mélodie".

Constantin MICHALSKI.

Władysław NATANSON jako człowiek i humanista

I.

W gabinecie swym umieścił NATANSON portret CLERKA MAXWELLA na honorowym miejscu, umieścił go tak, by mógł każdej chwili wygodnie nań spojrzeć, bo MAXWELL był mu i jako człowiek i jako badacz najbliższym i najbardziej kochanym, chociaż nie należał już do świata żyjących. Podziwiał w nim jego genialne pomysły, lecz nie mniej cenił w nim szerokość spojrzenia, dla której nie istniały nieprzebyte granice między wiedzą przyrodniczą a humanistyką. Przypominał NATANSON, że jego przyjaciel z za grobu był znawcą wielkiej literatury angielskiej, że z niej czerpał swą radość i rezygnację, że lubił BURNSA, cenił BROWNINGA, cytował TENNYSONA, podziwiał SHELLEYA, a nade wszystko kochał SZEKSPIRA i ciągle do niego wracał, wracał do niego w dniach radości i wielkiego cierpienia, wrócił do niego nawet wówczas, kiedy już widział, że nadchodzi ostateczna chwila jego życia.

Na honorowym miejscu umieścił NATANSON portret MAXWELLA w swym gabinecie, bo dostrzegł w tym wielkim człowieku te same upodobania, te same tęsknoty, które we własnej odczuwał duszy. Z radością odczytywał jego epigramaty i listy, raz po raz sięgał do jego biografii, aż wreszcie sam po mistrzowsku i z wielkim pietyzmem narysował nam w języku polskim jego portret.

Jak CLERK MAXWELL, tak i Władysław NATANSON należał do ludzi z platońskiego Sympozjonu, który jeszcze się nie skończył, jeszcze ciągle trwa, gromadząc po przez wieki koło tego samego stołu twórcze duchy bez względu na ich narodowość. Do Sympozjonu należą zwłaszcza ci, co odczuwając w sobie tchnienie twórczego Erosa umieją się wznieść ponad granice między wiedzą a wiedzą, między naukami przyrodniczymi a humanistycznymi. Należą do niego ci, co w czystej i wielkiej przyjaźni znajdują bodźce do rozwinięcia skrzydeł swego geniuszu. Ktokolwiek zbliżył się do NATANSONA, dostrzegał natychmiast niezwykły jego kult dla twórczej pracy ducha ludzkiego.

Sam NATANSON inaczej nazywał dyspozycje twórcze ducha, kiedy mówił o sobie, a inaczej, kiedy mówił o innych. Choć skończył ośmioletnie gimnazjum klasyczne w Warszawie (1874—1882),

słuchał przez cztery lata wykładów na wydziale fizyczno-matematycznym w Petersburgu, pracował przez pewien czas w Cambridge w zakładzie THOMSONA i w Grazu u BOLTZMANNA, to jednak nazwał się skromnie samoukiem, dodając, że nigdy nie umiał być uczniem, że zawsze był sam dla siebie nauczycielem i przewodnikiem, gdyż jego konstytucja psychiczna na nic innego nie pozwalała. Nie o samouctwie lecz wyraźnie o twórczości i pracy badawczej mówił wówczas, kiedy się odzywał o innych. W inauguracyjnej mowie rektorskiej zachęcał młodzież, żeby sama była dla siebie mistrzynią i przewodniczką, gdyż tylko przez własną myśl, własną wewnętrzną udrękę utoruje sobie drogi do twórczej pracy.

Taka postawa ducha miała swe źródło w głębi życia uczuciowego. Wszyscy wiedzieli, że NATANSON kochał samotność, że nie lubił zgiełku, że się czuł odosobnionym, ilekroć znalazł się wśród ludzi, którym jeszcze nie zajrzał w duszę. Nie lubił żadnych uzdrowisk, żadnych gromadnych wycieczek, tęskniąc do chwili, kiedy mógł sam na sam pozostać ze swymi myślami. „Samotnie żyję", pisał w jednym ze swych listów, „żyję kontemplacyjnie w czterech ścianach mego pokoju; drzewo naprzeciw okna zasłania ulicę, książki otwierają świat". Nad głową jego wisiała w pokoju kopia „Eremity" BÖCKLINA, gdzie samotnik, ubrany w mnisi habit, gra na skrzypcach pod Bożą Męką w zupełnym pustkowiu wśród zasłuchanych i ledwie dostrzegalnych aniołów. Lubił bardzo ten obraz, bo wyrażał najgłębsze jego upodobania. Także i jemu, jak eremicie, słodką była zupełna samotność, *beata solitudo.* Chwile samotnie spędzone uważał dla siebie za najszczęśliwsze i najbardziej produktywne, twierdząc, że wtedy rośnie mu duch, a maleją sprawy i zabiegi ludzkie.

Zawsze pozostawał w swym eremie na rozmyślaniu, ilekroć zetknął się ze zdziczeniem obyczajów, gdyż cenił nie mniej wartość moralną od potęgi myśli. Widocznie w takim nastroju i od jednego rzutu powstał piękny jego drobiazg p. t.: Na marginesie Robinsona CRUZOE. Zrozumiał i wyczuł głęboko dlaczego Daniel De FOE w 58. roku życia przeniósł się w myśli razem ze swym marynarzem z Yorku na odległą wyspę. Jak De FOE w marzeniach o dalekiej wyspie zapominał o doznanej pod pręgierzem krzywdzie, tak NATANSON w samotnych rozmyślaniach usiłował utrzymać się zdala od zawistnych walk między ludźmi.

Nie mniej słodką była dla niego cisza, aniżeli dla Tomasza à KEMPIS, kiedy pisał w Naśladowaniu: *Continuata cella dulcescit*. Umiał zresztą swą pustelnię zaludnić we właściwy sobie sposób. „Pragnąłbym", pisał kiedyś, „pragnąłbym znowu żyć w ciszy, w skupieniu, obcując z wysokimi duchami". Choć się nazwał samoukiem, to jednak przyznawał, że wiele zawdzięczał w swych pracach wielkim fizykom z bliższej lub dalszej przeszłości. Umiał bowiem obcować z duchami, jak żaden spirytysta. Kiedy mówił i pisał o NEWTONIE, o Fr. BACONIE, o CLAUSIUSZU, o MAXWELLU, o SHELLEYU, zdawało się, że każdy z nich jeszcze żyje, tak jak jeszcze żył August WITKOWSKI, GOSIEWSKI lub SMOLUCHOWSKI.

Odzywały się w jego duszy właściwości polarne doprowadzając nieraz do wysokich napięć uczuciowych. Nie wiadomo, co w nim górowało, czy umiłowanie samotności, czy potrzeba przyjaźni.

Nieszczęśliwymi nazywał tych, którzy przechodzą przez życie bez jasnej, czystej, młodzieńczej przyjaźni. Uważał przyjaźń za rodzaj sympatii, która się rodzi z głębokich współdźwięków ducha, by się rozwinąć w pełne i wzajemne zrozumienie. „Nic bardziej", pisał, „nie wzbogaca duszy, niż spokojne, bliskie, rozumne uczucie życzliwości, ofiarowane przyjacielowi i odwzajemnione przez niego". To też jego erem otwierał się przynajmniej raz na tydzień dla przyjaciół, dla twórczych duchów, bo według niego platońskie Sympozjon wśród żywych jeszcze ciągle trwa i trwać powinno.

NATANSON lgnął do ludzi z Sympozjonu, a oni nawzajem lgnęli do niego. Zaledwie w roku 1891 habilitował się w Krakowie, zawarł tam dozgonną przyjaźń z poetą, z historykiem i z profesorem anatomii, z Konstantym GÓRSKIM, z Karolem POTKAŃSKIM i Kazimierzem KOSTANECKIM, tworząc z nimi tzw. „klikę". Klikę poczęło otaczać coraz dalsze, liczniejsze grono artystów i profesorów, jak Jacek MALCZEWSKI, PAWLICKI, WITKOWSKI, K. MORAWSKI i inni. Każdy z uczestników Sympozjonu oprowadzał swych przyjaciół po dziedzinie swych zainteresowań i swej twórczej pracy. Po wielu latach wspomniał NATANSON w przedmowie do wydania korespondencji POTKAŃSKIEGO, jak to rozmawiał z POTKAŃSKIM i WITKOWSKIM o istocie i zadaniu historii, z POTKAŃSKIM i RUDZKIM o nieskończoności wszechświata,

z PAWLICKIM o wielkich zagadnieniach sumienia i nieśmiertelności duszy.

NATANSON żył duchem Sympozjonu i wszędzie go wnosił, wnosił go do swych wykładów, na zebrania Polskiej Akademii Umiejętności, wnosił go w ujmowanie naukowych instytucyj i stowarzyszeń, kiedy pisał o Cambridge, o angielskiej Royal Society, o krakowskiej *Alma Mater*. Ten sam ciepły, natchniony ton Sympozjonu odzywał się u niego, ilekroć przemawiał jako rektor o doli i niedoli krakowskiego akademika lub kiedy pisał o FARADAYU do „Młodego Polaka", by porwać ze sobą młode dusze na szczyty rozmyślań.

Do wspólnego Sympozjonu wnosił NATANSON to, co w duszy miał najlepszego; wnosił bogatą wiedzę, jasną myśl i gorące serce. Zadziwiało jedno, to mianowicie, że raz po raz odzywał się w jego przemówieniach jakiś bolesny ton z najdalszych głębin duszy dowodząc, że tam kryło się nieodgadnięte cierpienie. W ostatnich latach życia skarżył się czasem NATANSON na niedomagania swego organizmu, to prawda, ale nie o to chodziło. Kiedy wyraźnie wspominał o swym bólu, odczuwał każdy, że nie miał bynajmniej na myśli dolegliwości fizycznych. Jego ból płynął z codziennej pracy, z teoretycznej myśli o przyrodzie, o wszechświecie.

Szedł na spotkanie prawdy, jak PLATON zalecał, szedł z całą roztęsknioną duszą, a widział, że chwyta tylko ułamki prawdy, chwyta tylko zjawiska, podczas gdy rzeczywistość usuwa się w mroki w miarę, jak rośnie wysiłek do jej ujęcia. Tak często pod jego piórem zjawiał się cytat z Pisma św.: Albowiem Pan ciemności dookoła siebie położył tajnikiem (II *Reg*. 22, 12). Ból, idący z głodu prawdy, łączył go z duchem, którego najwyżej cenił, najbardziej kochał, z MAXWELLEM.

Także kiedy w przyrodzie szukał piękna, znajdował w niej jakiś ból, którego nie szukał. Zwierzał się w jednym ze swych listów z tego, że w przyrodzie tai się więcej cierpienia, aniżeli piękna. „Widoki natury nie wydawały mi się nigdy radosne; bywają groźne i dzikie, ale zawsze są nieme i może dlatego bolesne. Na wiekuiste milczenie skazane, rzeczy są dziwnie dramatyczne. Wymowa milczenia przewyższa zresztą bezmiernie ludzkie wyrazy". W ciasnej ulicy Krakowa tęsknił przede wszystkim do bezmiernego oceanu i jego głosów. „Widoki nie miejskie! Tęskno mi do

nich. Pragnąłbym zobaczyć ocean i szum jego usłyszeć, jęk wiekuisty, skargę nieprzerwaną, zgubić wzrok choćby w stepie rozwartym".

Rozumiał, że człowiek cierpi inaczej, aniżeli cała wokoło przyroda, gdyż tylko w nim odzywają się nienasycone pragnienia ducha. „Dlaczego my ludzie musimy i potrafimy tyle wycierpieć? Lipa lub brzoza żyją, oddychają i rosną..., może cierpią, gdy ronią liście na jesień, ale cierpią bez skargi". Od przyrody przenosił ustawicznie swój wzrok na człowieka, bo był przekonany, że jednego bez drugiego zrozumieć nie można, że błądzi, kto odrywa nauki przyrodnicze od humanistycznych.

II.

Nie ma Sympozjonu między przyrodą a człowiekiem, gdyż przyroda skazana jest na wiekuiste milczenie, a tylko człowiek umie pytać i odpowiadać, umie stwarzać coraz nowe objektywizacje swego ducha, budując przez to osobną dziedzinę dla nauk humanistycznych.

Jeżeli NATANSON dokładnie odróżniał nauki przyrodnicze od humanistycznych, to nigdy nie chciał się zgodzić na to, żeby między nimi kopano przepaść.

W rozmowach z historykiem, z Karolem POTKAŃSKIM, wracał często do tezy, że prawo nieodwracalności sięga poza dziedzinę martwej przyrody; powtarzał, że w faktach historycznych i społecznych dostrzega przyrodnik te same sposoby ich przebiegania, jakie już poznał w swej własnej dziedzinie.

Jak bardzo zbliżał do siebie zdania przyrodnika i humanisty, dowodzą zwłaszcza jego Drobiazgi (1925). CARLYLE oświadczył kiedyś, że „tylko fakt znaczy i waży. Jan bez Ziemi był tutaj, przeszedł tamtędy, — oto jest rzeczywistość godna podziwu, za którą oddałbym chętnie wszystkie teorie, wymyślone od początku świata". O tezie angielskiego historyka wypowiedział H. POINCARÉ przekorną uwagę: „Mniejsza o to, że Jan bez Ziemi tamtędy przeszedł, skoro już nigdy tamtędy nie przejdzie". NATANSON bierze w obronę CARLYLE'A, choć nie chce w zasadzie zaprzeczyć POINCARÉMU. Wychodzi bowiem z myśli HERAKLITA o wiecznej przemianie wszechświata, by zawyrokować: „Znamy tylko dzieje wszechrzeczy. Fakt przeto fizyczny jest w gruncie rzeczy rów-

nież historycznym faktem; historyk i fizyk rozpoczynają pracę w tym samym poziomie".

To też do głębi duszy wstrząsnął nim zgłoszony projekt, żeby podzielić wydział filozoficzny Uniwersytetu Jagiellońskiego na dwa, osobny dla nauk przyrodniczo-matematycznych, osobny dla nauk historyczno-humanistycznych. Powtarzał z młodzieńczym ogniem, że nie należy dzielić i rozłączać, lecz trzeba dodawać i wzbogacać to, co nam tradycja zachowała. Dowodził, że badając przyrodę, jesteśmy i pozostajemy zawsze ludźmi. Jesteśmy ludźmi, kiedy usiłujemy pojąć dzieło stworzenia, kiedy przyrodę odczuwamy i kochamy, kiedy z nią żyjemy i w niej się roztapiamy. Humanistą jest ten, kto umie być człowiekiem, a człowiekiem umie być ten, kto naturę podziwia i uwielbia, a nie ten, kto jej ani nie kocha ani nie rozumie. Skoro się to uzna, to się i przyzna, że humanistycznym powinien być cały wydział filozoficzny a nawet cały Uniwersytet. Zapewniał NATANSON, że choć sam pracuje w fizyce teoretycznej, to jednak nikt więcej od niego nie podziwia lekcyj historii i głębokiej mądrości zawartej w literaturze. Jego głos zaważył bardzo na losach wydziału filozoficznego U. J., który dotąd skupia i przyrodników i humanistów.

Co wypowiedział w obronie humanistyki na wydziale filozoficznym, streszczało tylko to, do czego sam dążył we wszystkich swych szkicach monograficznych. Podziwiamy jego portrety MAXWELLA czy FARADAYA, Fr. BACONA czy NEWTONA, SMOLUCHOWSKIEGO czy WITKOWSKIEGO, ALHAZENA czy Aleksandryjczyków w „Obliczu Natury" (1924), w „Widnokręgu nauki" (1934) i w „Prądach umysłowych w dawnym Islamie" (1937). Podziwiamy je zapewne dlatego, że się z nich dowiadujemy, jak w przeszłości podchodzono do zagadnień i jak je rozwiązywano, ale podziw nasz wzrasta w miarę, jak razem z autorem w genialnych badaczach dostrzegamy szlachetne człowieczeństwo z jego umiłowaniami i tęsknotami. We wszystkich szkicach monograficznych chodziło NATANSONOWI przede wszystkim o człowieka. Skończywszy życiorys FARADAYA pisał w jednym ze swych listów: „Żyłem z wielkim duchem, z prostym, szlachetnym człowiekiem. Był marzycielem, ale marzenia swe umiał przemieniać w moc, przywodzącą pokoleniom następnym. A taki był cichy i skromny, taki dobry, łagodny, pogodny, że można rozmiłować się w jego duszy mimo odstępu lat, mimo mgły oddalenia".

Ze wszystkich pisarzy świata najwięcej cenił SZEKSPIRA, ponieważ on, a nie kto inny, spisał nam księgi ludzkich dusz. Otrzymawszy w roku 1932 nowe, oksfordzkie wydanie jego dzieł z przedmową Alg. Ch. SWINBURNA, ogłosił w „Czasie" entuzjastyczny artykuł, nie zawahał się napisać: „Hamlet i Falstaff, Ryszard III i Hotspur, Dogberry i Polonius, Caliban i Jack CADE, Lady Macbeth i Kleopatra, Beatrice, Viola i Rozalinda — to są charaktery, pojęcia nie mniej wielkie i śmiałe, aniżeli matryce i operatory fizyki dzisiejszej".

W „Drobiazgach" oświadczył, że „przerażenie i rozpacz, geniusz i barbarzyństwo, zawiodły DOSTOJEWSKIEGO do tajemnych w duszy ludzkiej czeluści, wywlokły z nich obłąkanie i niemal już dech samobójstwa". „Zbrodnia i kara jest przebłyskiem wiedzy, do której nie starczy nam słów ani sił". Już w roku 1906 pisał o literaturze rosyjskiej: „Co za dziwny świat, co za literatura młoda, trochę „zielona", prawie że jeszcze nie dojrzała..., gorąca a silna, a bujna i rewolucyjna w każdym wyrazie, w każdym temacie i pomyśleniu. Coś mnie z niej pociąga szczerością, konsekwencją..., humanitarnością — a zarazem odpycha arcybrutalność, przesada w radykalizmie teoryj, słabość i dezorganizacja czynu i zarodek rozkładu. Co będzie z tym kolosem? Co będzie z nami?" Podbijała go pogoda, rozlana w pismach SIENKIEWICZA, a odpychało od ŻEROMSKIEGO coś, co wiało od Wschodu.

Bolesnym wydawał mu się widok przyrody, skazanej na wiekuiste milczenie. Skoro tylko człowiek potrafi przerwać to milczenie, to jego słowo powinno wyrażać wszystko, co drga w żywej, ludzkiej duszy i w martwym wszechświecie.

W rozprawce o stylu w „Czasie" (1927) dowodził, że nie można oderwać myśli od słowa ani słowa od myśli, jeżeli się nie chce posługiwać wytartym szablonem. Chciałoby się tu przytoczyć sądy NATANSONA o tym, jak pisali MAUPASSANT i MUSSET, BYRON i SHELLEY, Wiktor HUGO i BALZAC, Anatol FRANCE i inni. Każdego z nich czytał z uwagą, od każdego z nich czegoś się nauczył. Uczył się od wszystkich umiejętności pisania, chociaż pisał przede wszystkim z własnego temperamentu, ujętego w formy kultury humanistycznej. Rzadko kto w Polsce pisze dzisiaj listy tak, jak je pisał NATANSON, bo każdy z nich jest klejnotem literackim, godnym ogłoszenia drukiem.

Bolesnym był dla NATANSONA widok martwego wszechświata,

skazanego na wieczne milczenie, a jednak tak lubił spoglądać w rzeczywistość makroskopijnie, by w niej osadzić na właściwym miejscu każdą wielkość i każdą wartość. W „Prądach umysłowych w dawnym Islamie" wspomina, jak śmiesznie małą wobec wszechświata jest ziemska planeta, która obracając się koło swej osi i koło słońca ponosi za sobą państwa i narody; przypomina, jak małym jest człowiek ze swej strony wobec prochu ziemi. Przypomina to wszystko, by bezpośrednio potem wskazać na wielkość ludzkiego sumienia, które łączy w potężne narody miliony słabych jednostek.

Interesowały go zarówno poszczególne jednostki ludzkie jak i społeczeństwa, z których tamte się rodziły. Drżał w ostatnich latach o losy cywilizacji, dostrzegając w niej oznaki wewnętrznego rozkładu. Wierzył jednak głęboko w postęp ludzki.—Jeżeli w młodzieńczym wieku oddziałali na niego bardzo silnie TAINE i CARLYLE, to niemal w ostatnich miesiącach zrobił na nim wielkie wrażenie CONDORCET przez swoją książkę „Esquisse d'un tableau historique des progrés de l'Esprit humain". Marzył jeszcze o napisaniu podobnego dzieła, zakreślił sobie jego plan, zaznaczał luźne uwagi i literaturę w grubym zeszycie, na którego okładce widniał napis: „Rzut oka na bieg myśli ludzkich w procesie opanowywania otaczającego nas świata". Choroby zaczęły jednak wyczerpywać odporny dotąd organizm i wówczas odczuwał NATANSON ból, którego dotąd nigdy nie był doznał. Dręczyła go myśl o marnowaniu życia i własnej bezsilności. A jednak nie chciał rezygnować z twórczej pracy, skoro pisał do swego przyjaciela, Ks. Biskupa GODLEWSKIEGO: „Jeżeli dusza człowieka starego ma być podobna do zwietrzałego, sypiącego się już domu, tedy może przez szczeliny i szpary widać niekiedy tlące się lub może płonące ognisko". Jego ognisko dopaliło się 26 lutego 1936 roku.

Odszedł do zaziemskiego Sympozjonu, gdzie człowiek rozmawia z Bogiem. „Tylko w ciszy", pisał niedługo przed śmiercią, „można się dosłuchać głębokich harmonij, tajnej muzyki, którą rozgwar świata tłumi. W rozmowach sam na sam ze Stwórcą wchodzi dusza w siebie, poznaje siebie i poczyna grać własną melodię".

X. Konstanty MICHALSKI.



Z. Zając.

Ś. † P.

Zdzisław Zając

W ciągu ostatnich kilku lat już po raz drugi fizyka polska poniosła poważną stratę wskutek zgonu młodego, rokującego piękne nadzieje pracownika. W r. 1931 odszedł z tego świata ś. p. dr Henryk JEŻEWSKI, obecnie zaś zmarł ś. p. dr Zdzisław ZAJĄC.

Dr Zdzisław ZAJĄC urodził się dn. 4 maja 1905 r. w Podczerwonem w ziemi krakowskiej. Od roku 1915 do 1923 uczęszczał do gimnazjum św. Jacka w Krakowie. W roku 1923 wstąpił na Wydział Filozoficzny Uniwersytetu Warszawskiego.

Od dn. 1 stycznia 1929 r. został młodszym asystentem w pracowni I-szej Zakładu Fizyki Doświadczalnej Uniwersytetu Warszawskiego. Doktoryzował się w 1932 r. (19/XII) na podstawie pracy „Fluorescencja wzbudzonych atomów rtęci".

Od dn. 1 października 1933 r. został starszym asystentem i prowadził ćwiczenia w pracowni II-ej Zakładu Fizyki Doświadczalnej Uniwersytetu Warszawskiego. Na stanowisku tym wykazał duże zamiłowanie do swej pracy i zdolności organizacyjne; kierował pracami studenckimi z wielką sumiennością i skrupulatnością.

Jako pracownik naukowy wyróżniał się wielką wytrwałością i sumiennością w pracy doświadczalnej oraz pomysłowym i celowym opracowaniem aparatur. Dzięki tym cechom jego praca doktorska wzbudziła zainteresowanie, tak iż metoda, opracowana przez ś. p. ZAJĄCA, została zastosowana w niektórych pracach w Zakładzie Fizycznym Uniwersytetu Berlińskiego.

Ostatnio pracował nad pomiarami natężeń w trójce widzialnej rtęci, wzbudzanej kaskadowo wyładowaniami bezelektrodowymi i optycznie.

Jako członek Komisji Fotometrycznej służył pomocą w pierwszych fazach rozwoju prac dla Polskiego Komitetu Oświetleniowego.

Ś. p. Zdzisław ZAJĄC miał wszelkie dane aby stanąć w szeregu dobrych fizyków-eksperymentatorów i wzbogacić naukę polską wartościowymi pracami.

Niestety, nieubłagana śmierć przerwała jego działalność naukową: po ciężkiej i długotrwałej chorobie zmarł dn. 3 lutego 1937 r.

Ogłosił drukiem:

Fluorescence des atomes de mercure excités, *C. R.* **191**, 1304 (1930).

Fluorescencja wzbudzonych atomów rtęci, *Spraw. i Prace Pol. Tow. Fiz.* **5**, 311 (1931).

I. Bobrówna

Zur Theorie der Zertrümmerung von Deuteronen durch Deuteronen*

Przyczynek do teorii rozbijania deuteronów przez deuterony

Von J. KREISLER, Institut für theoretische Physik der Johann Casimir Universität in Lemberg

(Eingegangen am 28. Juli 1937)

Es wird der Wirkungsquerschnitt der Zertrümmerung von Deuteronen durch Deuteronen, bei Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen gleichartigen Teilchen, berechnet. Der so berechnete Wirkungsquerschnitt unterscheidet sich nur wenig von dem von H. DOLCH—bei alleiniger Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen Neutronen und Protonen—berechneten.

Die Bestimmung des Wirkungsquerschnittes der Zertrümmerung von Deuteronen durch Deuteronen war in letzter Zeit Gegenstand mehrerer Untersuchungen. So hat H. DOLCH *(3)* diesen Wirkungsquerschnitt theoretisch behandelt und seine Berechnungen unter der Voraussetzung durchgeführt, dass lediglich zwischen den Protonen und Neutronen beträchtliche Kräfte wirken, während die Wechselwirkungen zwischen gleichen Teilchen (mit Ausnahme der COULOMBschen Kräfte) vernachlässigt werden können. Es ist jetzt, besonders aus den Untersuchungen von TUVE, HEYDENBURG und HAFSTAD *(8)*, sowie aus denen von BREIT, CONDON und PRESENT *(2)* über die Streuung von Protonen an Protonen, bekannt, dass die zwischen ähnlichen Teilchen wirkenden Kräfte die gleiche Grössenordnung—vielleicht

---

* Vorgetragen anlässlich der VIII. Tagung Polnischer Physiker in Lemberg, im Oktober 1936.

Nach Fertigstellung dieser Arbeit erschien eine Arbeit von L. I. SCHIFF *(7)*, in der u. a. das gleiche Thema behandelt wird. Die Arbeit unterscheidet sich von der vorliegenden durch eine andere Behandlungsweise, insbesondere wird mit einem anderon Potential $J(r)$ gerechnet—SCHIFF benutzt nämlich für $J(r)$ die MORSEsche Form des Potentials, während Verfasser die GAUSSsche Form anwendet.

sogar die gleiche Grösse—besitzen, wie die zwischen Protonen und Neutronen wirkenden Kräfte. Im Zusammenhang damit schien es dem Verfasser wünschenswert den oben erwähnten Wirkungsquerschnitt auch unter Berücksichtigung der Kräfte zwischen gleichartigen Teilchen zu berechnen.

Für die Wechselwirkung zwischen Protonen und Neutronen setzen wir, wie es jetzt allgemein üblich ist, voraus, dass dieselbe aus einer Kraft vom MAJORANA-Typus und einer zweiten vom HEISENBERG-Typus in folgender Weise zusammengesetzt ist

$$V_{PN} = J(r_{PN})[(1-g)P^M + gP^H], \tag{1}$$

wo V_{PN} die Wechselwirkung zwischen Proton und Neutron, $J(r_{PN})$ dagegen die Funktion des gegenseitigen Abstandes von Proton und Neutron bedeuten. Wir setzen [*(4)* u. *(5)*]:

$$J(r) = Ae^{-r^2/a^2},$$

wobei angenommen wird, dass *(2,3,8)* $A = 72mc^2$ und $a = 2{,}25.10^{-13}cm$ ist. g ist ein Faktor, der den Anteil der HEISENBERG-Wechselwirkung in der allgemeinen Wechselwirkung charakterisiert (er wird hier gleich 0,22 gesetzt); P^M bedeutet einen Permutator vom MAJORANA- und P^H einen solchen vom HEISENBERG-Typus.

Für die Wechselwirkung zwischen gleichartigen Teilchen ist aus den angeführten Untersuchungen von TUVE, HEYDENBURG und HAFSTAD, sowie aus denen von BREIT, CONDON und PRESENT, bekannt, dass die Wechselwirkung zwischen zwei Protonen im Zustande ^1S mit derjenigen zwischen einem Proton und einem Neutron identisch ist. Im allgemeinen aber—d. h., wenn sich die gleichartigen Teilchen in einem anderen als im ^1S Zustand befinden—sind mehrere Ansätze für die Wechselwirkungen zwischen diesen Teilchen möglich.

Es wurde hier mit BREIT und FEENBERG angenommen, dass die Wechselwirkung zwischen gleichartigen Teilchen, bis auf die COULOMBschen Kräfte, die gleiche ist, wie zwischen ungleichartigen Teilchen, d. h., wie zwischen Neutronen und Protonen. In Übereinstimmung mit *(1)* ist daher

$$V_{PP} = V_{NN} = J(r)[(1-g)P^M + gP^H], \tag{2}$$

wo V_{PP} bzw. V_{NN} die Wechselwirkung zwischen zwei Protonen bzw. zwei Neutronen, und r den gegenseitigen Abstand zweier Protonen oder zweier Neutronen bedeutet. Die übrigen Bezeichnungen sind die gleichen wie in (1).

Die Zertrümmerung von Deuteronen durch Deuteronen wird hier als ein Vorgang angesehen, bei dem ein System aus 2 Protonen und 2 Neu-

tronen, die in Form von 2 Deuteronen auftreten, in einen Zustand übergeht, in dem sich die beiden Protonen und Neutronen in Form eines Tritons und eines Protons befinden.* Die Wahrscheinlichkeit P für diesen Übergang wird unter Anwendung der bekannten Formel

$$P = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{mn}|^2 \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}E(m)} \tag{3}$$

gefunden, wo $\hbar$ die PLANCKsche Konstante (dividiert durch 2π), n und m den Anfangs- und Endzustand, und $E(m)$ die Energie des Systems im Endzustand bedeutet. Der Endzustand wird kontinuierlich veränderlich angenommen.

Im Matrixelement

$$V_{mn} = \int \Psi_n^* V \Psi_m \mathrm{d}\tau \tag{4}$$

ist

$$V = \sum_{i<j} V_{ij} \quad (i, j = 1, \ldots 4), \tag{5}$$

wo V_{ij} durch (1) und (2) definiert wird, und die Indizes 1 und 2 sich auf die Protonen, 3 und 4 dahegen auf die Neutronen beziehen.

Bei der Berechnung des Matrixelements (4) muss berücksichtigt werden, dass ein System aus 2 Protonen und 2 Neutronen, die in Form von 2 Deuteronen auftreten, im allgemeinen, mit Rücksicht auf die relativen Spinorientierungen der betrachteten Teilchen, 9 verschiedene Einstellungen aufweisen kann. Die Einstellungen lassen sich, unter Vernachlässigung der Bahn-Spin-Wechselwirkung, durch folgende normierte Spinfunktionen darstellen

$$\begin{gathered}
\varphi_1 = \alpha(1)\alpha(2)\alpha(3)\alpha(4), \\
\varphi_2 = \frac{1}{2}\Big\{\alpha(1)\alpha(2)\alpha(3)\beta(4) + \alpha(1)\alpha(2)\beta(3)\alpha(4) + \alpha(1)\beta(2)\alpha(3)\alpha(4) + \beta(1)\alpha(2)\alpha(3)\alpha(4)\Big\}, \\
\varphi_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}\Big\{\alpha(1)\alpha(2)\beta(3)\beta(4) + \alpha(1)\alpha(3)\beta(2)\beta(4) + \alpha(1)\alpha(4)\beta(2)\beta(3) + \\
+ \alpha(2)\alpha(3)\beta(1)\beta(4) + \alpha(2)\alpha(4)\beta(1)\beta(3) + \alpha(3)\alpha(4)\beta(1)\beta(4)\Big\}, \\
\varphi_4 = \frac{1}{2}\Big\{\beta(1)\beta(2)\beta(3)\alpha(4) + \beta(1)\beta(2)\alpha(3)\beta(4) + \beta(1)\alpha(2)\beta(3)\beta(4) + \alpha(1)\beta(2)\beta(3)\beta(4)\Big\}, \\
\varphi_5 = \beta(1)\beta(2)\beta(3)\beta(4),
\end{gathered} \tag{6}$$

* Der Fall, für den sich das betrachtete System im Endzustand in Form eines Heliumkerns und eines Neutrons befindet, wird analog behandelt.

$$\varphi_6 = \frac{1}{2}\Big\{\alpha(1)\alpha(3)[\alpha(2)\beta(4) + \alpha(4)\beta(2)] - \alpha(2)\alpha(4)[\alpha(1)\beta(3) + \alpha(3)\beta(1)]\Big\},$$

$$\varphi_7 = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big\{\alpha(1)\alpha(3)\beta(2)\beta(4) - \beta(1)\beta(3)\alpha(2)\alpha(4)\Big\},$$

$$\varphi_8 = \frac{1}{2}\Big\{\beta(1)\beta(3)[\alpha(2)\beta(4) + \alpha(4)\beta(2)] - \beta(2)\beta(4)[\alpha(1)\beta(3) + \alpha(3)\beta(1)]\Big\},$$

$$\varphi_9 = \frac{1}{\sqrt{12}}\Big\{[\alpha(1)\beta(3) + \alpha(3)\beta(1)][\alpha(2)\beta(4) + \alpha(4)\beta(2)] - 2[\alpha(1)\alpha(3)\beta(2)\beta(4) + \beta(1)\beta(3)\alpha(2)\alpha(4)]\Big\}.$$

Die Funktionen α und β können folgendermassen erklärt werden: ist σ die Spinvariable eines Teilchens, so soll

$$\alpha(\sigma) = \begin{cases} 1 & \text{für } \sigma = +1\,, \\ 0 & \text{,,} \quad \sigma = -1\,; \end{cases}$$

$$\beta(\sigma) = \begin{cases} 0 & \text{für } \sigma = +1\,, \\ 1 & \text{,,} \quad \sigma = -1 \end{cases}$$

sein, vorausgesetzt, dass σ diese Werte in bezug auf eine vorgegebene Achse annimmt.

Analog lassen sich die Spinfunktionen im Falle eines Tritons und Protons wie folgt darstellen,

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}\,\alpha(1)\alpha(2)[\alpha(3)\beta(4) - \beta(3)\alpha(4)], \\ \chi_2 &= \frac{1}{2}\,[\alpha(1)\beta(2) + \alpha(2)\beta(1)][\alpha(3)\beta(4) - \alpha(4)\beta(3)], \\ \chi_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}}\,\beta(1)\beta(2)[\alpha(3)\beta(4) - \alpha(4)\beta(3)], \\ \chi_4 &= \frac{1}{2}\,[\alpha(1)\beta(2) - \alpha(2)\beta(1)][\alpha(3)\beta(4) - \beta(3)\alpha(4)]. \end{aligned} \tag{7}$$

Als räumliche (normierte) Wellenfunktionen für das Deuteron und Triton werden die Ausdrücke:

$$\Psi_D(\vec{r}_1, \vec{r}_3) = N_D e^{-\alpha|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|^2}; \quad N_D = \left(\frac{2\alpha}{\pi}\right)^{\frac{3}{4}}; \tag{8a}$$

$$\Psi_T(\vec{r}_1, \vec{r}_3, \vec{r}_4) = N_T e^{-\frac{1}{2}\nu\left\{|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|^2 + |\vec{r}_1 - \vec{r}_4|^2\right\} - \frac{1}{2}\mu|\vec{r}_3 - \vec{r}_4|^2}; \tag{8b}$$

$$N_T = \left(\frac{\mu^2 + 2\mu\nu}{\pi^2}\right)^{\frac{3}{4}}$$

angenommen, wo $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$ die Radii Vectores der beiden Protonen und $\vec{r}_3$ u. $\vec{r}_4$ die der beiden Neutronen von einem beliebigen Punkt aus darstellen.

Um den Wirkungsquerschnitt der Zertrümmerung von Deuteronen durch Deuteronen zu berechnen, wird der Fall betrachtet, wo auf ein ruhendes Deuteron ein Bündel von Deuteronen, die sich mit einer gewissen kinetischen Energie E bewegen, auffällt. In unseren Betrachtungen beschränken wir uns ausserdem noch auf den Fall $E \ll 8mc^2$,* was im allgemeinen in den bis jetzt ausgeführten Experimenten erfüllt wurde (beispielsweise war bei LADENBURG und ROBERTS *(6)* die Höchstenergie der stossenden Deuteronen $< mc^2$).

Für die Wellenfunktion des stossenden Deuterons wird gesetzt *(3)*:

$$\Psi_{D_1} = \Psi_o N_D e^{-|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|^2}, \tag{9}$$

wo, in der hier betrachteten Näherung,

$$\Psi_o = \left[\frac{M}{\hbar k} \cdot \frac{2\pi\beta}{e^{2\pi\beta} - 1}\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{10}$$

$$k = \left[\frac{ME}{\hbar}\right]^{\frac{1}{2}}, \quad \beta = \frac{Me^2}{\hbar^2 k};$$

M bedeutet die Protonenmasse, e die Elektronenladung. Der Ausdruck Ψ_o in (9) berücksichtigt den Einfluss des COULOMBschen Feldes auf das bewegte Deuteron.

Die Wellenfunktion für das ruhende Deuteron lautet entsprechend

$$\Psi_{D_2} = V^{-\frac{1}{2}} N_D e^{-|\vec{r}_2 - \vec{r}_4|^2}, \tag{11}$$

wo V das Raumvolumen angibt, für das die Funktion normiert wird.

Analog werden auch die Wellenfunktionen des fortlaufenden Tritons und Protons durch

$$\begin{aligned} \Psi_{T_1} &= V^{-\frac{1}{2}} e^{i\left(\vec{k}_T \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4}{3}\right)} \psi_T, \\ \Psi_P &= V^{-\frac{1}{2}} e^{i(\vec{k}_P \vec{r}_2)} \end{aligned} \tag{12}$$

dargestellt.

---

* $8mc^2$ ist die bei der Reaktion ${}^2_1D + {}^2_1D \rightarrow {}^3_1T + {}^1_1H$ frei werdende Energie.

$\vec{k}_T$ und $\vec{k}_P$ sind die Impulse des Tritons und Protons. Aus dem Impulssatz folgt

$$k_P = -k_T. \tag{13}$$

Geht man jetzt zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeit über, so muss in Betracht gezogen werden, dass jede der durch (6) charakterisierten Einstellungen der beiden Deuteronen mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftritt, es muss deshalb bei der Berechnung von P das Mittel aus allen Einstellungen genommen werden. Dementsprechend wird in (3) für $|V_{mn}|^2$ der Ausdruck

$$|V_{ae}|^2 = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9}\sum_{k=1}^{4}|V_{mn}^{ik}|^2 \tag{14}$$

gesetzt, wo

$$V_{mn}^{ik} = \int \Psi_n^{i*} V \Psi_m^k \, d\tau$$

ist und Ψ_n^i und Ψ_m^k die dem Anfangs-u. Endzustand enssprechenden antisymmetrischen Kombinationen der Raum- und Spinfunktionen (6), (7), (9) und (11) bedeuten. So ist z. B.

$$\Psi_n^1 = \sum \pm P \Psi_{D1} \Psi_{D2} \varphi_1 ,$$

wo P die Permutationen der hier in Betracht kommenden Protonen und Neutronen bedeutet. (Die Zeichen + und — beziehen sich auf die geraden bzw. ungeraden Permutationen.)
Für $E \to 0$ verschwinden alle V_{nm}^{ik} mit Ausnahme von $V_{mn}^{9,4}$. In diesem Grenzfalle, der unseren Annahmen ($E \ll 8mc^2$) entspricht, ist demnach

$$|V_{ae}|^2 = \frac{1}{9}|V_{mn}^{4,9}|^2 . \tag{15}$$

Zur Berechnung der hier auftretenden Integrale müssen die Konstanten μ, ν und α bekannt sein. Die Werte von μ und ν werden z. B. von BETHE u. BACHER (*1*) mit

$$\mu = \nu = 1{,}04 \tag{16}$$

angegeben.

Die Konstante α kann folgendermassen gefunden werden. Zuerst wird mit Hilfe von (8a) die Energie des Deuterons im Grundzustand

$$E_D = -3\alpha + \eta\left(\frac{2\alpha}{1+2\alpha}\right)^{\frac{3}{2}}; \qquad \eta = \frac{MA\alpha}{\hbar^2} \tag{17}$$

berechnet, und dann wird α so bestimmt, dass E_D ein Minimum erreicht; die Gleichung

$$\frac{\partial E_D}{\partial \alpha} = 0$$

wird dazu z. B. graphisch gelöst. So erhält man

$$\alpha = 0{,}55.$$

Dieser Wert wird in (15) eingesetzt. Nach Integration erhält man

$$V_{ae} = 5{,}8\pi^{\frac{9}{2}}\Psi_o V^{-\frac{1}{2}}. \tag{18}$$

Für den Wirkungsquerschnitt Φ der Zertrümmerung von Deuteronen durch Deuteronen, wobei sich das wegfliegende Deuteron im Raumwinkel $d\Omega_T$ befindet und den Impulswert p_T besitzt, folgt aus (3) u. (18):

$$\Phi = \frac{4\pi}{3}\frac{V}{h^3}\frac{d\Omega_T p_T^2 dp_T}{dE(m)\hbar}\cdot 5{,}8^2\pi^9\Psi_o^2 V^{-1} = 0{,}46.10^{-21}\frac{2\pi\beta}{e^{2\pi\beta}-1}\sqrt{\frac{E_T}{E}}\,cm^2,$$

wo, laut (10), $\beta = \frac{0{,}312}{\sqrt{E}}$ ist, und E_T die Energie des fortfliegenden Tritons bedeutet.

Der Faktor $\frac{V}{h^3}$ tritt hier infolge Normierung der Wellenfunktion des herausfliegenden Tritons pro Raumvolumenelement V auf.

Vergleicht man diesen Ausdruck mit dem DOLCHschen Ausdruck für den gleichen Wirkungsquerschnitt;

$$\Phi_D = 1{,}7.10^{-21}\frac{2\pi\beta}{e^{2\pi\beta}-1}\sqrt{\frac{E_T}{E}}\,cm^2,$$

so ist ersichtlich, dass die Abhängigkeit dieses Wirkungsquerschnitts von der Energie der einfallenden Deuteronen in beiden Fällen gleich ist (was auf gleichen Annahmen in beiden Fällen beruht) und dass sich lediglich die konstanten Faktoren etwas unterscheiden, aber von derselben Grössenordnung sind.

Es ist also ersichtlich, dass die Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen gleichartigen Teilchen nur einen ziemlich unbedeutenden Einfluss auf den theoretisch berechneten Wert des betrachteten Wirkungsquerschnitts ausübt und dass insbesondere die Diskrepanz zwischen dem theoretisch berechneten und dem experimentell ermittelten Wert (wenn auch etwas vermindert) weiter bestehen bleibt.

Herrn Professor Dr. S. SZCZENIOWSKI danke ich für sein förderndes Interesse an dieser Arbeit herzlichst.

Streszczenie

Obliczono przekrój czynny rozbijania deuteronów przez deuterony przy uwzględnieniu sił działających między podobnymi cząstkami (t. zn. między protonami a protonami oraz między neutronami a neutronami). Przy obliczaniu założono, za BREITEM i FEENBERGIEM, że wzajemne działania V między podobnymi cząstkami (z pominięciem sił COULOMBOWSKICH) dają się przedstawić zapomocą tego samego wyrażenia, co i wzajemne działania między protonami a neutronami, mianowicie:

$$V = J(r)[(1-g)P^M + gP^H]; \quad J(r) = Ae^{-r^2/a^2};$$

$$A = 72mc^2, \ a = 2{,}25.10^{-13}cm, \quad g = 0{,}22.$$

Obliczona w ten sposób wielkość czynnego przekroju rozbijania deuteronów przez deuterony okazuje się tego samego rzędu, co wielkość otrzymana przez DOLCHA, który uwzględnił jedynie siły, działające między protonami a neutronami.

Literaturverzeichnis

1. BETHE, H. A. and BACHER, F.: *Rev. Mod. Phys.* **8**, 82 (1936).
2. BREIT, G., CONDON, E. U. and PRESENT, R. D.: *Phys. Rev.* **50**, 825 (1936).
3. DOLCH, H.: *ZS. f. Phys.* **100**, 401 (1936).
4. FEENBERG, E. and KNIPP, J.: *Phys. Rev.* **48**, 906 (1936).
5. FEENBERG, and WIGNER, E.: *Phys. Rev.* **51**. 95 (1937).
6. LADENBURG, R. and ROBERTS, R. B.: *Phys. Rev.* **50**, 1190 (1936).
7. SCHIFF, L. I.: *Phys. Rev.* **51**, 783 (1937).
8. TUVE, M. A., HEYDENBURG, N. P. and HAFSTAD, L. R.: *Phys. Rev.* **50**, 806 (1936).

Essai d'une théorie du noyau

Próba teorii jądra atomu

Par Félix Joachim WIŚNIEWSKI à Łazin (Pologne)

(Manuscrit reçu le 23. Août 1937)

L'auteur propose un modèle des noyaux dans lesquels le nombre total de neutrons et des protons est un multiple entier de 3. Les défauts de masse calculés d'après ce modèle sont en assez bon accord avec les défauts de masse déterminés experimentalement.

L'auteur developpe ensuite une theorie du magnétisme des noyaux qui permet de calculer le rapport $\varkappa : \lambda_0$ des constantes introduites dans la théorie des défauts de masse. La valeur de $\varkappa : \lambda_0^3$ est déterminée par les valeurs des défauts de masse; on peut donc calculer $\varkappa$ et λ_0 séparement. On obtient alors pour le rayon R_{on} du noyau à n neutrons et protons la valeur suivante:

$$R_{on} = 1{,}285.10^{-13}\sqrt{n-1}\ cm.$$

L'auteur a utilisé dans ses calculs les valeurs des masses atomiques des noyaux légers determinées par BAINBRIDGE, JORDAN et ASTON.

Dans un travail antérieur (*1*) l'auteur a décrit un modèle de noyau atomique qui rend compte des défauts de masse des noyaux légers en admettant qu'ils sont formés par des protons et des neutrons.

L'accord des défauts de masse calculés avec ceux obtenus par voie expérimentale était spécialement bon pour les noyaux constitués par 3, 6 et 9 particules élémentaires, c'est à dire pour les noyaux dont le nombre de particules élémentaires (protons et neutrons) est un multiple entier de 3.

On va montrer dans le présent travail que pour des noyaux plus lourds dans lesquels le nombre de particules simples est un multiple entier de 3 (contenant 12, 15, 18 particules élémentaires) on peut construire un modèle qui rend bien compte de leurs défauts de masse.

On obtient des résultats satisfaisant pour des noyaux formés de k particules simples (où k est multiple entier de 3), si on distribue ces particules sur deux anneaux concentriques et dans le centre commun de gra-

vité de manière à ce que l'anneau central et le centre contiennent $k/3$ particules et l'anneau extérieur les $2k/3$ particules restantes. Au centre commun des deux anneaux se trouve une seule particule.

Le défaut de masse de l'anneau central est calculé en négligeant l'action de l'anneau extérieur.

Le calcul du défaut de masse de l'anneau extérieur provenant de l'action réciproque de ses $2k/3$ constituants simples ainsi que de l'action du constituant composé situé dans la région centrale se fait de la même manière que le calcul qui a été décrit pour le cas des noyaux légers.

On trouve ainsi pour le défaut de masse de l'anneau extérieur

$$\Delta m_{2k/3} = \frac{T_{2k/3}}{c^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\varkappa}{\lambda_0^3 c^2}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}k\right)\cdot\frac{S_{2k/3}}{(k-1)\sqrt{k-1}},$$

où

$$S_{2k/3} = \frac{k}{3} + \frac{1}{8}\cdot\sum_{1}^{[k-(k/3+1)]/2} cosec^3\left[\frac{3\pi r}{2k}\right] \text{ pour } 2k/3 \text{ impair,}$$

$$S_{2k/3} = \frac{k}{3} + \frac{1}{8}\left\{0{,}5 + \sum_{1}^{[k-(k/3+2)]/2} cosec^3\left[\frac{3\pi r}{2k}\right]\right\} \text{ pour } 2k/3 \text{ pair.}$$

En introduisant

$$\frac{1}{2}\frac{\varkappa}{\lambda_0^3}\cdot\frac{1}{c^2} = 0{\cdot}0452\,*$$

on a

$$\Delta m_{2k/3} = 0{\cdot}0452\,.\left(\frac{2}{3}k\right).\frac{S_{2k/3}}{(k-1)\sqrt{k-1}}$$

Le défaut de masse total s'obtient en ajoutant le défaut de masse $\Delta m_{k/3}$ du groupe de particules centrales.

On a ainsi:

(A) $$\Delta m_k = \Delta m_{k/3} + 0{\cdot}0452.\left(\frac{2k}{3}\right)\frac{S_{2k/3}}{(k-1)\sqrt{k-1}},$$

où k est un multiple entier de 3 satisfaisant la condition $k > 9$.

Dans le tableau I sont réunies les valeurs numériques des défauts de

---

* Cette valeur numérique de $\frac{1}{2}\frac{\varkappa}{\lambda_0{}^3}\frac{1}{c^2}$ correspond aux nouvelles valeurs des masses atomiques des atomes legers données par BAINBRIDGE et JORDAN.

masse Δm_k pour $k = 12$, 15 et 18 ainsi que les défauts des masse Δm_k calculés par la formule

(B) $$\Delta' m_k = Z \,.\, m_{Pr} + (k - Z) \,.\, m_N - M_n,$$

où Z est le nombre de protons, $k - Z$ le nombre de neutrons, m_{Pr} la masse du proton, m_N la masse du neutron et M_n la masse du noyau.

Tableau 1*

Z	R_{on}	$S_{2k/3}$	$\Delta m_{k/3}$	$\Delta m_k(A)$	$\Delta' m_k(B)$
6	$\lambda_0\sqrt{11}$	6.804	0.0303	0.0985	0.0940
7	$\lambda_0\sqrt{12}$	10.295	0.0319	0.1240	0.1220
8	$\lambda_0\sqrt{13}$	14.955	0.0346	0.1483	0.1516

L'accord entre Δm_k (A) et $\Delta' m_k$ (B) est tout à fait satisfaisant.

On doit remarquer que les défauts des masses des noyaux construits avec 3, 4,., 9 particules élementaires lourdes d'après le modèle donnè dans un travail antérieur *(1)* sont aussi en accord avec les nouvelles values de masses atomiques, si l'on pose

$$\frac{1}{2}\,\frac{\varkappa}{c^2\lambda_0^3} = 0{,}0452 \text{ unités de masse.}$$

Théorie du deuton

Envisageons deux corpuscules lourds, de masse m chacun, qui circulent autour de leur centre de gravité commun supposé en repos.

Chaque particule décrira un cercle de rayon R_{02}. Leur distance sera $2R_{02}$.

La force avec laquelle les particules s'attirent sera donnée par l'expression *(1)*:

$$\frac{3\varkappa}{16 R_{02}^4}.$$

Cette force est dirigée vers le centre de gravité du système formé par ces deux particules.

L'énergie mécanique totale des deux particules s'écrit:

---

* Pour calculer Δm on a posé d'aprés BAINBRIDGE et JORDAN $m_{Pr} = 1.0081$ et $m_N = 1.0090$.

$$H = 2 \cdot \frac{m}{2} \left\{ R_{02}^2 \omega^2 \right\} - \frac{1}{8} \frac{\varkappa}{R_{02}^3} \cdot$$

Comme la force centrifuge $mR_{02}\omega^2$ doit être égale en valeur absolue à la force centrale $\frac{3\varkappa}{16R_{04}^4}$ qui attire la particule, on a la relation:

$$mR_{02}\omega^2 = \frac{3\varkappa}{16R_{04}^4} \cdot$$

En déduisant ω^2 de cette équation et en l'introduisant dans l'expression de H on trouve

$$H = \frac{1}{16} \frac{\varkappa}{R_{02}^3} \cdot$$

En posant

$$R_{02} = \lambda_0 \sqrt{\sigma}$$

on a

$$H = \frac{1}{8} \left(\frac{\varkappa}{2\lambda_0^3} \right) \cdot \frac{1}{\sigma \sqrt{\sigma}} \cdot$$

Pour le défaut de masse Δm_2 du deuton on obtient enfin:

$$\Delta m_2 = \frac{H}{c^2} = \frac{1}{8} \left(\frac{\varkappa}{2\lambda_0^3 c^2} \right) \cdot \frac{1}{\sigma \sqrt{\sigma}} \cdot$$

Comme

$$\frac{\varkappa}{2\lambda_0^3 c^2} = 0{\cdot}0452,$$

il s'ensuit que

$$\Delta m_2 = 0{\cdot}00565 \frac{1}{\sigma \sqrt{\sigma}} \cdot$$

D'autre part on a

$$\Delta m_2 = m_{Pr} + m_N - M_2,$$

où M_2 est la masse du deuton:

$$M_2 = 2{\cdot}01471.$$

Comme

$$m_{Pr} = 1{\cdot}008125; \qquad m_N = 1{\cdot}0090,$$

on trouve

$$\Delta m_2 = 0{\cdot}00241.$$

Pour déterminer σ on obtient la relation

$$0{\cdot}00241 = 0{\cdot}00565 \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma}} \right)^3,$$

d'où l'on tire pour σ la valeur numérique suivante:

$$\sqrt{\sigma} = 1{\cdot}33, \qquad \sigma = 1{\cdot}77$$

Le rayon R_{02} de l'orbite circulaire des deux particules lourdes est donc :

$$R_{02} = \lambda_0 \sqrt{1{\cdot}77}$$

On voit donc que le deutérium fait exception quant à l'expression de la loi des rayons vecteurs des orbites circulaires sur lesquelles se meuvent des particules lourdes.

Le magnétisme des noyaux

Si l'on connaissait $\varkappa$ et λ_0, on pourrait se faire une idée sur la grandeur des rayons des noyaux et de la valeur des forces d'attraction mutuelle des particules lourdes.

Comme les grandeurs des noyaux sont connues aproximativement, cette détermination nous donnerait une autre possibilité de comparer la théorie avec l'expérience.

On connaît la relation $\varkappa/\lambda_0^3 = Const.$ entre $\varkappa$ et λ_0. Pour déterminer $\varkappa$ et λ_0 il faut avoir encore une relation, différente de la première, entre ces deux grandeurs.

Cette relation sera donnée par la théorie du magnétisme des noyaux qu'on va développer ci-dessous à cet effet.

On se rendra compte que cette relation entre $\varkappa$ et λ_0 donnera avec la relation $\varkappa/\lambda_0^3 = Const.$ au moins l'ordre de grandeur de $\varkappa$ et λ_0.

Quant à la théorie du magnétisme des noyaux, on ne pourra pas la vérifier, faute de données expérimentales suffisantes dans ce domaine.

Nous verrons à la fin de la note que les résultats du calcul de $\varkappa$ et λ_0 sont satisfaisants.

Nous passons maintenant au calcul du moment magnétique d'un proton dû à son mouvement circulaire autour du centre de gravité du système formé par toutes les particules.

Si l'on désigne par ω la vitesse angulaire du proton dans son mouvement sur l'orbite circulaire commune à toutes les particules lourdes et par R_{on} le rayon vecteur de cette orbite circulaire, on aura pour le moment magnétique $\mathfrak{M}_n$ dû à ce mouvement l'éxpression connue :

$$\mathfrak{M}_n = \frac{1}{2} \frac{e}{c} R_{on}^2 \omega .$$

L'égalité de la force centrifuge $m R_{on} \omega^2$ et de la force centrale d'attraction $\dfrac{3\varkappa S_n}{R_{on}^4}$ donne

$$mR_{on}\omega^2 = \frac{3\varkappa S_n}{R_{on}^4};$$

on en trouve pour $R_{on}^2\omega$ l'expression:

$$R_{on}^2\omega = \sqrt{\frac{3\varkappa S_n}{mR_{on}}}.$$

En introduisant

$$R_{on} = \lambda_0\sqrt{n-1},$$

on a

$$R_{on}^2\omega = \sqrt{\frac{3\varkappa}{m\lambda_0}} \cdot \sqrt{\frac{S_n}{\sqrt{n-1}}}.$$

Par conséquent on a pour le moment magnétique:

$$\mathfrak{M}_n = \left\{\frac{1}{2}\frac{e}{c}\sqrt{\frac{3}{m}}\right\} \cdot \sqrt{\frac{\varkappa}{\lambda_0}} \cdot \sqrt{\frac{S_n}{\sqrt{n-1}}}.$$

Dans le cas du deuton on aura, en suivant la même voie:

$$\mathfrak{M}_D = \left\{\frac{1}{2}\frac{e}{c}\sqrt{\frac{3}{m}}\right\} \cdot \sqrt{\frac{\varkappa}{\lambda_0}} \cdot \frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{\sqrt{\sigma}}},$$

car dans le cas du deuton

$$S_2 = \frac{1}{16}; R_{02} = \lambda_0\sqrt{\sigma}.$$

En introduisant les valeurs numériques:

$$e = 4{\cdot}77.10^{-10} u.\ el.\ stat.,\ c = 3.10^{10} cm/sec,$$

$$m = 1{\cdot}66.10^{-24} g$$

on trouve pour $\mathfrak{M}_n$ (n désigne le nombre de particules lourdes dans le noyau)

$$\mathfrak{M}_n = 3{\cdot}562.10^{-9}.\sqrt{\frac{\varkappa}{\lambda_0}} \cdot \sqrt{\frac{S_n}{\sqrt{n-1}}},$$

$$\mathfrak{M}_D = \frac{1}{4} \cdot 3{\cdot}562.10^{-9}.\sqrt{\frac{\varkappa}{\lambda_0}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\sqrt{\sigma}}}.$$

Si le nombre de protons dans la couche extérieure du noyau est Z, on a pour le moment magnétique total dû à la circulation des Z protons l'expression suivante

$$\mathfrak{M}_{n,\,tot} = 3{\cdot}562.10^{-9} . \sqrt{\frac{n}{\lambda_0}} \sqrt{\frac{S_n}{\sqrt{n-1}}} . \ Z.$$

Outre l'aimantation due au mouvement des protons sur des orbites circulaires il faut encore tenir compte de l'aimantation due au mouvement rotatoire de chaque proton séparément autour d'un axe passant par son centre.

Le moment magnétique correspondant sera désigné par M_r. Ce moment magnétique est indépendant du nombre de protons dans le noyau, ainsi que des orbites que ces protons décrivent. On peut donc admettre qu'il est le même pour tous les protons.

L'énergie qui correspond à l'action mutuelle de deux aimants a la valeur minimum si leurs moments magnétiques ont des directions opposées.

La position relative de deux aimants est stable si l'énergie magnétique due à leur action mutuelle est minimum, c'est-à-dire si leurs moments magnétiques ont des directions opposées.

En appliquant ceci au cas de deux moments magnétiques dont l'un est dû au mouvement circulaire du proton et l'autre au mouvement de rotation du même proton autour d'un axe passant par son centre, on doit admettre qu'à l'état stable les sens des deux moments ont des directions opposées.

Le moment résultant pour un proton est alors égal à la difference $\mathfrak{M}_n - M_n$.

Le moment $\mathfrak{M}_n$ a pour tous les protons de la même couche la même direction puisque la circulation de tous les protons de la même couche a lieu dans le même sens.

Il en résulte que les moments magnétiques M_r auront aussi la même direction, inverse de celle des moments magnétiques $\mathfrak{M}_n$.

D'après les expériences de M. M. STERN et ESTERMANN le moment magnétique d'un proton libre est égal á $2.8\mu_k$ et le moment magnétique d'un deuton à $0.7\ \mu_k$, où:

$$\mu_k = \frac{eh}{4\pi m_{Pr}} = 0{\cdot}4967.10^{-23}\ erg/Gauss.$$

Comme d'après ce qui vient d'être dit plus haut, le moment magnétique du deuton est $\mathfrak{M}_D - M_r$, on aura:

$$|\mathfrak{M}_D - M_r| = 0.7\mu_k.$$

En introduisant l'expression pour $\mathfrak{M}_D$, on a:

$$(D) \qquad |0{\cdot}772.10^{-9} \sqrt{\frac{\varkappa}{\lambda_0}} - M_r| = 0{\cdot}7\mu_k.$$

Le moment magnétique de la particule α est nul. Comme le rôle des deux protons dans la particule α est le même, on peut admettre que le moment magnétique total de chaque proton est nul.

On a alors:

$$M_r = \mathfrak{M}_4 .$$

En introduisant l'expression pour $\mathfrak{M}_4$, on a l'équation

$$(\alpha) \qquad 2{\cdot}955.10^{-9}.\sqrt{\frac{\varkappa}{\lambda_0}} = M_r .$$

En éliminant M_r de (D) et (α), on obtient la relation:

$$2{\cdot}183.10^{-9}.\sqrt{\frac{\varkappa}{\lambda_0}} = 0{\cdot}7\mu_k = 3{\cdot}477.10^{-24},$$

laquelle permet de déterminer $\varkappa/\lambda_0$.

En effectuant le calcul on obtient:

$$\sqrt{\frac{\varkappa}{\lambda_0}} = 1{\cdot}592.10^{-15}, \qquad \frac{\varkappa}{\lambda_0} = 2{\cdot}534.10^{-30}.$$

Pour $\mathfrak{M}_4$ et M_r on a alors la valeur numérique:

$$M_r = 0{\cdot}4704.10^{-23} = 0{\cdot}947\mu_k .$$

On obtient ainsi un résultat qui est en désaccord avec la valeur $2.8\mu_k$ du moment magnétique du proton libre trouvée expérimentalement.

On peut mettre en accord ces deux résultats en remarquant que dans la particule α, ainsi que dans le deuton, à chaque proton correspond un neutron, et en admettant que chaque neutron a aussi un moment magnétique M_N.

La valeur calculée $M_r = 0.947\mu_k$ pourra alors être interprétée comme différence du moment magnétique $2.8\mu_k$ du proton libre et du moment magnétique M_N du neutron ($M_r = 2.8\mu_k - M_N$).

Il en résulte que la direction du moment magnétique du neutron est la même que celle du moment magnétique $\mathfrak{M}_n$.

Comme

$$M_r = 0{\cdot}947\mu_k ,$$

on trouve pour le moment magnétique d'un neutron la valeur suivante:

$$M_N = 0{\cdot}92.10^{-23} = 1{\cdot}853\mu_k .$$

Le moment magnétique μ_n d'un noyau formé de Z protons et de $n-Z$ neutrons sera donné, après ce que l'on vient de dire, par l'expression:

(μ) $$\mu_n = \mathfrak{M}_n \, . \, Z + (n - Z) \, . \, M_N - M_r \, . \, Z,$$

si $n < 12$.

Comme exemple nous allons calculer les moments magnétiques totaux de Li_6 et Li_7.

En introduisant dans l'expression de $\mathfrak{M}_n$ les valeurs numériques de $\frac{S_n}{\sqrt{n-1}}$

$$\left(\frac{S_n}{\sqrt{n-1}}\right)_{n=6} = 0{\cdot}788\,; \quad \left(\frac{S_n}{\sqrt{n-1}}\right)_{n=7} = 0{\cdot}420$$

on trouve pour Li_6 et Li_7:

$$\mathfrak{M}_6 = 0{\cdot}5034.10^{-23} = 1{\cdot}0136\mu_k,$$

$$\mathfrak{M}_7 = 0{\cdot}544.10^{-23} = 1{\cdot}095\mu_k.$$

En utilisant la formule μ on trouve dans le cas du Li_6 ($Z = 3$; $n - Z = 3$):

$$\mu_{Li6} = \mu_6 = 0{\cdot}199\mu_k\,;$$

dans le cas du Li_7 ($Z = 3$; $n - Z = 4$):

$$\mu_{Li7} = \mu_7 = 2{\cdot}39\mu_k.$$

Faute de données expérimentales pour les moments magnétiques de Li_6 et Li_7 on n'est pas en état de vérifier cette théorie.

Calcul de $\varkappa$ *et* λ_0

On a d'une part: $\frac{\varkappa}{2\lambda_0^3 c^2} = 0.0452$ unités de poids atomique,

d'où

$$\varkappa/\lambda_0^3 = 1{\cdot}335.10^{-4}\,erg.$$

D'autre part on a

$$\varkappa/\lambda_0 = 2{\cdot}534.10^{-30}.$$

En partant de ces deux équations, on détermine les valeurs numériques de λ_0 et $\varkappa$:

$$\lambda_0 = 1{\cdot}378.10^{-13}\,cm\,; \qquad \varkappa = 3{\cdot}49.10^{-43}\,C.G.S.$$

Pour les rayons R_{on} des couches extérieures des noyaux on a alors l'expression

(R) $$R_{on} = 1{\cdot}378.10^{-13}\sqrt{n-1},$$

où n est le poids atomique ou bien, ce qui revient au même, le nombre de particules lourdes que contient le noyau.

En appliquant l'expression (R) au Radium on obtient pour le rayon de son noyau la valeur numerique suivante:

$$R_{rad.} = R_{88} = 1{\cdot}285.10^{-12} cm,$$

car pour le radium $n = 88$.

Cette valeur numérique est en accord avec les déterminations faites par d'autres méthodes pour les noyaux des corps radioactifs.

Comme $\sqrt{n-1}$ change peu quand n est grand, par exemple de l'ordre des poids atomiques des noyaux de corps radioactifs, il en résulte que les rayons des noyaux des corps radioactifs sont approximativement égaux.

La force d'attraction de deux protons est

$$\frac{3\varkappa}{R^4},$$

tandis que la force de répulsion due aux charges électriques e de deux protons est

$$\frac{e^2}{R^2}.$$

Il en résulte que deux protons s'attirent, si

$$\frac{3\varkappa}{R^4} > \frac{e^2}{R^2}$$

et se repoussent si

$$\frac{3\varkappa}{R^4} < \frac{e^2}{R^2}.$$

Il résulte de ces inégalités que deux protons s'attirent, si leur distance R satisfait à l'inégalité

$$R < \frac{1}{e}\sqrt{3\varkappa},$$

et se repoussent, si

$$R > \frac{1}{e}\sqrt{3\varkappa}.$$

En introduisant les valeurs numériques de $\varkappa$ et λ_0, on trouve que:

1) deux protons s'attirent, si leur distance R est plus petite que $2{,}14.10^{-12}$ *cm;*

2) deux protons se repoussent, si leur distance R est plus grande que $2{,}14.10^{-12}$ *cm;*

Il résulte de ce qui vient d'être dit que dans les noyaux légers les protons s'attirent, tandis que dans ceux des corps radioactifs les distances des protons sont à la limite où les forces d'attraction deviennent égales aux forces de répulsion. Dans les noyaux encore plus lourds les protons se repousseraient. Ce résultat fait supposer que c'est peut-être là la cause de l'instabilité des noyaux des corps radioactifs et de la nonexistence de noyaux plus lourds.

Streszczenie

W pracy niniejszej podano model jąder, dla których liczba ciężkich składników neutronów i protonów jest wielokrotnością 3.

Defekty mas obliczone na zasadzie tego modelu są w zgodzie z defektami, wynikającymi z danych doświadczalnych.

Zbudowano również i teorię magnetyzmu jąder, która pozwoliła obliczyć stosunek $\varkappa : \lambda_0$ stałych, charakteryzujących omawiany model jądra. Stosunek ten, wraz ze stosunkiem $\varkappa : \lambda_0^3$, wynikającym z wartości defektów mas jąder, pozwala obliczyć $\varkappa$ i λ_0.

Na wartość R_{on} promienia jądra zbudowanego z n cząstek ciężkich autor znajduje wyrażenie:

$$R_{on} = 1{\cdot}285 . 10^{-13}\sqrt{n-1}\ cm.$$

Wyrażenie to daje wyniki zgodne z wartościami promieni, obliczonymi na innych drogach.

W rachunkach autor opierał się na nowych wartościach liczbowych mas jąder lekkich podawanych przez BAINBRIDGE'A, JORDANA i ASTONA.

Należy zauważyć, że defekty mas jąder zbudowanych z 3, 4,..,9 cząstek ciężkich, obliczone na zasadzie poprzednio podanego modelu *(1)*, zgadzają się z defektami, wynikającymi ze wspomnianych nowych mas jąder lekkich, o ile położymy

$$\frac{1}{2}\frac{\varkappa}{\lambda_0^3 c^2} = 0{,}0452 \text{ jednostek masowych.}$$

Bibliographie

1. WIŚNIEWSKI, F. J.: *Acta Phys. Pol.* **6**, 125 (1937).

The method of „thermo-electrolytic" temperature measurements

Termo-elektrolityczna metoda mierzenia temperatur

By Dr Ing. Stefan ZAMENHOF in Warsaw

(Received November 6-th 1937)

The purpose of the present paper is to investigate theoretical and practical possibilities of a novel method of measurement of temperature, which is called by the author the „thermo-electrolytic" method.

This method is based on the known fact, *viz.* that the potential of an electrode against electrolyte is a function of the temperature of the active surface of the electrode. In order to avoid undesirable changes in the electrolyte and on the electrode surface, it is most advantageous to use a system consisting of two electrodes of the same metal dipped in a solution of a salt of this metal. In such a system, the electrode potential difference acquires values other than zero as soon as the temperatures of these electrodes become unequal. The potentials thus obtained are considerably higher than in the case of metallic thermocouples.

It is known that, theoretically, the potential of an electrode against electrolyte can—if thermoelectric potentials are disregarded—be expressed by the formula $E = \frac{RT}{nF} ln \frac{P}{p}$, where P is the solution pressure of the metal, and p the osmotic pressure of the electrolyte. This formula may also be expressed as follows: $E = cTln[f(T)]$, since both P and p are temperature functions. Thus the potential of the electrode against electrolyte will not be proportional to the absolute temperature; however, when the difference of the electrode temperatures is small, the variability of the term $ln[f(T)]$ can be disregarded and the difference between the potentials of electrodes having absolute temperatures T_1 and T_2 or centigrade temperatures $t_1{}^0C$ and $t_2{}^0C$ may be expressed by the formula $\Delta E = \frac{R}{nF} ln \frac{P}{p} (T_1 - T_2) =$

$= \frac{R}{nF} ln \frac{P}{p} (t_1 - t_2)$. This formula, however, does not make allowance for the difference of thermoelectric potentials arising on the contact surfaces between the metal and the electrolyte. This latter potential difference has the same sign as the former one and is likewise approximately proportional to the difference of temperatures of the contact surfaces between the electrodes and the electrolyte. If E_T denotes the entire potential, known in the literature, of a given metal against a given solution of the salt of this metal at a temperature T then, taking into account thermodynamic relations: $\frac{dE'}{dT} = \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{T}$ ($\frac{dE'}{dT}$ — thermoelectric force per $1^0 C$, Ω_2 and Ω_1 — thermoelectric potentials on the contact surfaces of the metal and the salt) one obtains ultimately the following approximate formula: $\Delta E = \frac{E_T}{T} (t_1 - t_2)$. For instance, in the system $Cu\ (1NCuSO_4)\ Cu$, at $17^0 C$, $E_T = 0{,}34$ volts, hence $\Delta E / \Delta t^0$ amounts to $1{,}17\ mV / 1^0 C$, *i. e.* approximately 29 times as much as with the copper-constantan thermocouple.

From the theoretical point of view, neither the electrodes nor the electrolyte undergo any change, since the given metal is deposited on the cathode while the anode is slowly dissolved. It is known, however, that in the course of time there arises a certain concentration polarisation, rather weak on account of the extremely small intensity of current.

The author has carried out the following experiments in order to investigate the possibility of the practical application of the above method.

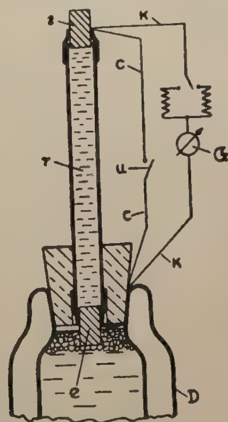


FIG. 1.

The thermoelectrolytical cell used (fig. 1) consists of a glass tubing *r* (length 9 *cm*, bore 0,8 *cm*) filled with the 1 normal $CuSO_4$ (aqueous solution). The tubing was at both ends closed by the inserted and tightened electrodes made from copper rods *e* 1,4 *cm* long and 0,7 *cm* thick. The resistance of such a cell amounted to about 600 ohms. The low resistance galvanometers cannot be used in this method; the author applied therefore a galvanometer provided with such a resistance as to make the resistance of the cell negligible.

To the external surfaces of the electrodes there were soldered the contact points of a thermocouple made from a copper wire *k* and a constantan wire *c*, both 0,4 *cm* thick. This thermocouple served for simul-

taneous measurements of the temperature of the electrodes, and during the measurement of the potential of the thermoelectrolytic cell the wire *c* was, of course, disconnected at *u*. The resistance of the wire *c* was made exceedingly small in comparison with the resistance of the thermoelectrolityc cell, in order to exclude the possibility of obtaining false temperature measurements by means of the thermocouple.

One end of the tubing *r* was inserted into a DEWAR flask *D* filled with melting ice or with water of various temperatures. The other end of the tubing remained free (the temperature of the surrounding air = 23,8^0C). The mirror galvanometer *G* was a CHAUVIN-ARNOUX instrument, having a coil resitance of 500 ohms, and a sensitivity of 4×10^{-9} *Amp.* per division, the thermocouple being always connected through a series resistance of 2000 ohms, and the thermoelectrolytic cell through a series resistance of 100.000 ohms.

It should be pointed out that even in the case of the equality of temperatures of electrodes there exist some small potential differences due to unequal (although very small) contaminations of the electrodes. Thus, the actual $\Delta E/\Delta t^0C$ values will differ somewhat from those calculated on the basis of galvanometer readings, *e. g.* in the present case the actual values will be smaller than the calculated ones.

Results are given below of measurements in the state of thermal equilibrium; it should be pointed out that after several minutes the potential difference between the eletrodes of the thermoelectrolytic cell drops several $^0/_0$ owing to the concentration polarisation; hence, only the initial readings are correct.

Potential of the thermocouple (series resistance 2000 ohms)	Δt	Potential of the thermoelectrolytic cell (series resistance 100.000)		Relation of the potential of the thermoelectrolytic cell to that of the thermocouple	$\Delta E/\Delta t$
Divisions	^0C	Divisions	mV		$mV/1^0C$
0,0	0,0	2	0,891	—	—
21,5	5,36	14,5	6,46	23,4	0,936
22,0	5,5	15,0	6,69	23,8	0,952
59,0	14,8	30,5	13,6	19,4	0,776
»	»	»	»	»	»
90,5	22,6	40,0	17,8	17,0	0,68
94,0	23,5	43,0	19,2	17,5	0,7

The results are represented in the diagram (Fig. 2).

Conclusions. The obtained ΔE values agree approximately with the theoretical expectations; there appear also deviations from the proportionality with Δt. Thus, the method described is, in the given

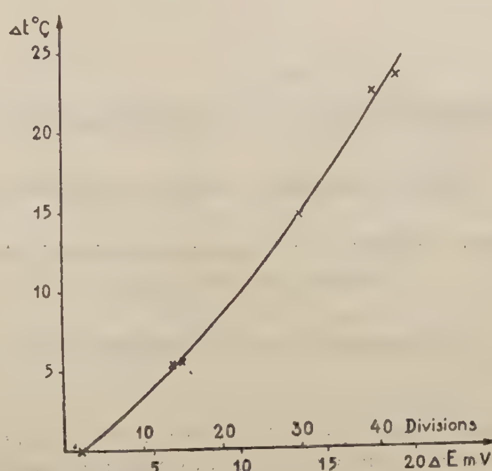


FIG. 2.

example, 17—24 times as sensitive as the method employing thermocouples; however, the thermoelectrolytic method is not suitable for precise measurements on account of the potential variations due to the concentration polarisation and of the probable motions of electrolyte; the resulting error may amount to 1,5—10%.

Bemerkungen zum Franck-Condon Prinzip

Uwagi o zasadzie FRANCKA-CONDONA

Von A. JABŁOŃSKI, Institut für Experimentalphysik der Józef Piłsudski Universität, Warschau

(Eingegangen am 15. Dezember 1937)

Aus der klassischen Fassung des FRANCK-CONDON Prinzips geht hervor, dass die Abklingungsdauern verschiedener zum gleichen Elektronensprung gehöriger Resonanzserien der zweiatomigen Moleküle gleich sind, falls keine Störungen ins Spiel kommen. Die Summe der Übergangswahrscheinlichkeiten aller von demselben Oszillationsniveau ausgehenden Übergänge hat für alle möglichen Ausgangsoszillationsniveaus den gleichen Wert. Aus der wellenmechanischen Fassung des FRANCK-CONDON Prinzips ergibt sich lediglich die Summengleichheit der Dipolstärken dieser Übergänge, nicht aber die der Übergangswahrscheinlichkeiten. Die Abklingungsdauern der einzelnen Resonanzserien stimmen also nicht genau miteinander überein. Auch sind die totalen, zu den einzelnen Ausgangsoszillationsniveaus gehörigen, Absorptionsintensitäten untereinander nicht gleich. Nachfolgend wird im Prinzip die Möglichkeit einer experimentellen Prüfung der Theorie erwogen.

Unlängst hat PRINGSHEIM *(3)* die Vermutung ausgesprochen, dass in einem zweiatomigen Gas von niedrigem Druck die von verschiedenen oberen Niveaus k' ausgehenden einzelnen Resonanzserien im allgemeinen eine ungleiche Abklingungsdauer $\tau_{k'}$ besitzen, oder, mit anderen Werten, dass die Summen der Übergangswahrscheinlichkeiten aller vom Oszillationszustand k' ausgehenden Übergänge $\sum_{l=0''}^{l''_{max}} A_{k'l''} = \frac{1}{\tau_{k'}}$ * ungleich sind für verschiedene k'. Da bisher noch keinerlei theoretische Überlegungen über die Lebensdauer der einzelnen Oszillationsniveaus im erregten zweiatomigen

* Die Summationsgrenzen seien $l''=0$ und l''_{max} (die grösste im Grundzustand auftretende Oszillationsquantenzahl), da bekanntlich die Zahl der Oszillationsniveaus nicht unbedingt unendlich ist. Einfachheitshalber werden die kontinuierlichen Spektren ausser Acht gelassen.

Molekül vorliegen, soll nachstehend sowohl das erwähnte Problem, als auch andere verwandte Fragen unter Zugrundelegung des FRANCK-CONDON Prinzips (F.-C.-P.) betrachtet werden.* Die Anwendbarkeit der zu erzielenden Ergebnisse wird sich somit ausschliesslich auf diejenigen Moleküle beschränken, für die die CONDONsche Theorie zufriedenstellende Resultate liefert. Es wird im folgenden vorausgesetzt, dass im Molekül ein einziger Elektronensprung am Emissions- bzw. Absorptionsprozess beteiligt ist und dass derselbe durch keinerlei äussere (z. B. auslöschende Stösse) oder innere Einwirkungen gestört wird. Da die Rotationsquantensprünge von der CONDONschen Theorie nicht erfasst werden, wird angenommen, dass die Summe der Intensitäten für ein aufgespaltenes Resonanzglied gleich ist der aus der CONDONschen Theorie ohne Berücksichtigung der Rotationsstruktur hervorgehenden Intensität.

Zunächst sei bemerkt, dass in den Annahmen auf welchen sich die erste, „klassische" CONDONsche Theorie der Intensitätsverteilung im Bandensystem stützt, die Annahme steckt, das die Elektronenübergangswahrscheinlichkeit im Molekül nicht von den Kernkoordinaten und der Kernbewegung abhängt. Die relative Wahrscheinlichkeit eines Oszillationssprunges hängt nämlich ausschliesslich vom Verlauf der beiden kombinierenden Potentialkurven und von der relativen Geschwindigkeit der Kerne für verschiedene Kernabständen r ab. Die Übergangswahrscheinlichkeit in dem Bereich r, $r+dr$ wird als umgekehrt proportional zur relativen Geschwindigkeit in diesem Bereich angenommen und somit vorausgesetzt, dass die Wahrscheinlichkeit eines Elektronensprunges nicht von den Kernbewegungen und Kernkoordinaten abhängt. Daraus ergibt sich unmittelbar die Unabhängigkeit der Lebensdauer eines Moleküls im erregten Zustand vom Oszillationszustand. Bezeichnet man mit $W_{n'n''}$ die Elektronenübergangswahrscheinlichkeit für den Elektronenübergang $n' \leftrightarrows n''$ und mit $P_{k'l'}$ die relative Wahrscheinlichkeit des den Elektronensprung $n' \rightleftarrows n''$ begleitenden Oszillationssprunges $k' \rightleftarrows l''$ (die Oszillationsquantenzahlen k' gehören zum Elektronenzustand n', die Quantenzahlen l'' dagegen zum Elektronenzustand n''), so ergibt sich

$$A_{n'k'n''l''} = W_{n'n''} P_{k'l''}, \tag{1}$$

wobei notwendigerweise

$$\sum_{l''=0}^{l''_{max}} P_{k'l''} = 1 \tag{2}$$

---

* Zur Ausführung dieser Untersuchung wurde ich durch einen Brief von Herrn Prof. Dr. Peter PRINGSHEIM und eine Diskussion mit Herrn Doz. Dr W. KAPUŚCIŃSKI angeregt.

und

$$\sum_{k'=0}^{k'max} P_{k'l''} = 1 \tag{3}$$

ist.

Demnach gilt

$$\sum_{l''=0}^{l''max} A_{n'k'n''l''} = W_{n'n''} \tag{4}$$

und

$$\sum_{k'=0}^{k'max} A_{n'k'n''l''} = W_{n'n''}. \tag{5}$$

Eine bessere Näherung als die klassische Fassung des F.-C.-P., stellt die, ebenfalls von CONDON *(1)* angegebenene, wellenmechanische Fassung desselben dar *(1, 2)*. Danach ist die Übergangswahrscheinlichkeit

$$A_{n'k'n''l''} = \frac{64\pi^4}{3} \frac{e^2\nu^3}{hc^3} \left|M_{n'n''}\right|^2 \left|D_{k'l''}\right|^2, \tag{6}$$

wo e die Elektronenladung, ν die dem Übergang $n'k' \rightleftarrows n''l''$ entsprechende Frequenz, c die Lichtgeschwindigkeit, $M_{n'n''}$ das dem Elektronenübergang $n' \rightleftarrows n''$ zugehörige Matrixelement und

$$D_{k'l''} = \int_0^\infty \Psi_{k'} \Psi_{l''} \mathrm{d}r \tag{7}$$

ist. Dabei stellen $\Psi_{k'}$ und $\Psi_{l''}$ die radialen, nur vom Kernabstand r abhängigen Kernbewegungseigenfunktionen der Zustände $n'k'$ und $n''l''$ dar.*

Das in (6) auftretende Produkt $|M_{n'n''}|^2 |D_{k'l''}|^2$, das wir mit $|\mathfrak{M}_{n'k'n''l''}|^2$ bezeichnen wollen, ist die s. g. Dipolstärke des Überganges $n'k' \rightleftarrows n''l''$. Das Quadrat von $|D_{k'l''}|$ (vgl. (7)) sei mit $P_{k'l''}$ bezeichnet. Es ist nun leicht zu zeigen, dass

$$\sum_{k'=0}^{k'max} P_{k'l''} = 1 \tag{8}$$

und

$$\sum_{l''=0}^{l''max} P_{k'l''} = 1 \tag{9}$$

* Da die Kernbewegungseigenfunktionen rell sind, braucht $\Psi_{k'}$ in (7) nicht mit der konjugiert komplexen von $\Psi_{l''}$ multipliziert werden.

ist. (Der Fall der möglichen Dissoziation—also der kontinuierlichen Spektren—wurde nicht berücksichtigt, da sich auch bei Betrachtung eines Kontinuums prinzipiell nichts an den angestellten Überlegungen ändern würde—neben den Summen $P_{k'l''}$ würden noch entsprechende Integrale auftreten.) Um (8) zu beweisen, sei die in (7) auftretende Eigenfunktion $\Psi_{l''}$ nach den Eigenfunktionen $\Psi_{k'}$ des oberen Zustandes entwickelt:

$$\Psi_{l''} = \sum_{k'=0}^{k'max} a_{l''k'} \Psi_{k'} \tag{10}$$

Es gilt

$$a_{l''k'} = \int_0^\infty \Psi_{k'} \Psi_{l''} \, dr, \tag{11}$$

also nach (7)

$$a_{l''k'} = D_{k'l''}. \tag{12}$$

Unter Berücksichtigung der Normierungsbedingungen

$$\int_0^\infty \left| \Psi_{l''} \right|^2 dr = 1 \tag{13}$$

$$\int_0^\infty \left| \Psi_{k'} \right|^2 dr = 1, \tag{14}$$

ergibt sich aus (10), (11), (12), (13), (14) (infolge Orthogonalität der Eigenfunktionen):

$$\int_0^\infty \left| \Psi_{l''} \right|^2 dr = \int_0^\infty \left| \sum_{k'=0}^{k'max} a_{l''k'} \Psi_{k'} \right|^2 dr = \sum_{k'=0}^{k'max} a_{l''k'}^2 = \sum_{k'} \left| D_{k'l''} \right|^2 = \sum_{k'} P_{k'l''} = 1. \tag{15}$$

Damit ist (8) bewiesen. Ähnlich lässt sich (9) begründen.

Da $M_{n'n''}$ unabhängig von k' und l'' ist, folgt aus (15) die Summenregel

$$\sum_{l''} \left| \mathfrak{M}_{n'k'n''l''} \right|^2 = \sum_{k'} \left| \mathfrak{M}_{n'k'n''l''} \right|^2 = \left| M_{n'n''} \right|^2 \tag{16}$$

($\mathfrak{M}_{n'k'n''l''} = M_{n'n''} P_{k'l''}$). Für ein zweiatomiges Molekül, das die Voraussetzungen der CONDONschen Näherung erfüllt, sind also die Summen der Dipolstärken für die von den einzelnen Oszillationsniveaus eines bestimmten Elektronenzustandes ausgehenden Übergänge gleich. Die sich auf Ab-

sorption beziehenden Summen der Dipolstärken sind denjenigen sich auf die Emission beziehenden gleich, wenn beide Prozesse durch Übergang zwischen denselben Elektronenniveaus enstehen, wobei stillschweigend vorausgesetzt wird, dass die zu *gleichen* Ausgangsrotationsniveaus gehörigen Summen miteinander verglichen werden. Die erhaltenen Resultate können offenbar bloss eine angenäherte Gültigkeit beanspruchen, da die Rotationsübergänge durch die CONDONsche Theorie nicht erfasst werden und auch sonst die Theorie lediglich als erste Näherung gelten kann.

Die relativen Intensitäten der zu einem gemeinsamen Ausgangszustand gehörigen Linien (oder besser gesagt, der Resonanzglieder, die bekanntlich aus einem Dublett bzw. Triplett bestehen können) ist

$$J_{n'k'n''l''} = h\nu_{k'l''} A_{n'k'n''l''} = Const.\, P_{k'l''} \nu_{k'l''}{}^{4}. \tag{17}$$

Aus den Messungen der relativen Intensität der Glieder einer Resonanzserie lassen sich nach (17) die Verhältnisse von $P_{k'l''} = \dfrac{J_{k'l''}}{\nu^4_{k'l''}}$ ermitteln. Daraus ergibt sich

$$\sum_{l''} P_{k'l''} \nu^3_{k'l''} = \overline{\nu^3_{k'}} = \frac{\sum\limits_{l''} \dfrac{J_{k'l''}}{\nu_{k'l''}}}{\sum\limits_{l''} \dfrac{J_{k'l''}}{\nu^4_{k'l''}}}. \tag{18}$$

Aus (6) und (15) ergibt sich für die Summen der Übergangswahrscheinlichkeiten aller Glieder einer Serie, also für den reziproken Wert der Lebensdauer des Ausgangsniveaus

$$\frac{1}{\tau_{k'}} = \sum_{l''} A_{n'k'n''l''} = \frac{64\pi^4}{3} \frac{e^2}{hc^3} \left| M_{n'n''} \right|^2 \overline{\nu^3_{k'}}. \tag{19}$$

Vernachlässigt man die Veränderlichkeit von $\overline{\nu^3_{k'}}$ mit k', so ergibt sich, in Übereinstimmung mit dem aus dem klassischen F.-C.-P. erhaltenen Resultat, die gleiche Abklingungsdauer für alle Resonanzserien.

Diese Folgerung lässt im Prinzip eine experimentelle Prüfung zu, da einerseits die mittlere Abklingungszeit $\tau_{k'}$ für die einzelnen Resonanzserien unmittelbar gemessen, und anderseits die Verhältnise $\tau_{k'}$ der nach Messung der relativen Intensitäten der Resonanzglieder, aus (18) und (19) errechnet werden können. Die Intensität einer Absorptionslinie $S = \int_0^\infty k_\nu d\nu$ (k_ν ist der Absorptionskoeffizient) ist bekanntlich durch

$$S = \frac{Nf\pi e^2}{cm} \tag{20}$$

gegeben, wo N die Zahl der absorbierenden Atome pro $k.\ cm$, e und m die Elektronenladung und Elektronenmasse, c die Lichtgeschwindigkeit und

$$f = \frac{8\pi^2 m}{h} \nu_{n'k'n''l''} \left| \mathfrak{M}_{n'k'n''l''} \right|^2 \tag{21}$$

die Oszillatorstärke bedeutet.

Aus (8), (16), (20), (21) folgt, dass die Summe der durch die Frequenz $\nu_{n'k'n''l''}$ und die Besetzungszahl $N_{l''}$ des Ausgangsniveaus l'' dividierten Intensitäten der Absorptionslinien

$$S_{l''} = \sum_{k'} \frac{S_{n'k'n''l''}}{N_{l''} \nu_{n'k'n''l''}}, \tag{22}$$

für alle Oszillationsniveaus des Ausgangszustandes den gleichen Wert hat und demnach von l'' unabhängig ist. Auch diese Folgerung kann experimentell nachgeprüft werden.

Leider würde wahrscheinlich eine eventuelle experimentelle Nachprüfung der ganzen Theorie auf grosse experimentelle Schwierigkeiten stossen

Dem Direktor des Instituts für Experimentalphysik der Józef Piłsudski Universität, Herrn Prof. Dr S. PIEŃKOWSKI, sei für das Interesse an dieser Untersuchung herzlich gedankt.

Streszczenie

Z klasycznej zasady FRANCKA-CONDONA wynika, że czasy świecenia różnych serii rezonansowych, należących do tego samego skoku elektronowego w cząsteczce dwuatomowej, są jednakowe. Inaczej—suma prawdopodobieństw wszystkich przejść z jednego poziomu oscylacyjnego posiada tę samą wartość dla wszystkich poziomów oscylacyjnych k' wyjściowego poziomu elektronowego cząsteczki. Z opartego na mechanice falowej ujęcia zasady FRANCKA-CONDONA wynika, że jedynie suma mocy dipolowych wyżej wspomnianych przejść posiada stałą wartość dla wszystkich poziomów oscylacyjnych wyjściowego poziomu elektronowego. Zarówno suma wszystkich prawdopodobieństw przejść (a tym samym i czas świecenia odpowiedniej serii rezonansowej), jak i obliczone na jedną cząsteczkę całkowite natężenie absorpcji z określonego wyjściowego poziomu oscylacyjnego, są różne dla różnych poziomów oscylacyjnych wyjściowego poziomu elektronowego. Wskazano na możliwości doświadczalnego sprawdzenia teorii.

Literaturverzeichnis

1. CONDON, E. U.: *Phys. Rev.* **32**, 858 (1928).
2. COOLIDGE, A. S., JAMES, H. M. und PRESENT, R. D.: *Journ. of Chem. Phys.* **4**, 193 (1936).
3. PRINGSHEIM, P.: *Acta Phys. Pol.* **6**, 158 (1937).

Neue Bewegungsgleichungen materieller Systeme in MINKOWSKIscher Welt

Nowe równania ruchu układów materialnych w przestrzeni MINKOWSKIEGO

Von J. LUBAŃSKI, Krakau, Institut für theoretische Physik der Jagellonischen Universität

(Eingegangen am 9. Dezember 1937)

Die vorher von M. MATHISSON angegebenen neuen mechanischen Gleichungen der materiellen Systeme wurden mit Hilfe der retardierten Potentiale für ein in MINKOWSKIscher Welt sich befindliches System, das durch die Masse und den Drehimpuls mit genügender Annäherung charakterisiert ist, abgeleitet. Das erlaubt eine anschauliche Interpretation der von MATHISSON eingeführten und das materielle System ersetzenden Gravitationsmultipole. Wenn man ausserhalb der Weltröhre des Systems die Entwickelung der Gravitationspotentiale auf die Uni- und Dipolglieder beschränken kann, dann gibt die Polstärke den Vierervektor des Energieimpulses, die Dipolstärke aber den Bivektor des Drehmomentes. Fordert man von ihnen die Erfüllung der Gravitationsgleichungen, so erhält man das Gesetz von der Erhaltung der Masse und die Bewe ungsgleichungen des Systems.

In der vor kurzer Zeit erschienenen Arbeit *(1)* fand MATHISSON, von den allgemeinen EINSTEINschen Gravitationsgleichungen ausgehend, Bewegungsgleichungen für materielle Systeme. Diese Bewegungsgleichungen, die sich im allgemeinen von den klassischen unterscheiden, erhielt MATHISSON bei Benutzung einer von ihm vorher ausgearbeiteten Variationsmethode *(2)*.

Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist eine Ableitung dieser Gleichungen—aber nur in einem Spezialfalle — auf einem mehr unmittelbaren Wege, der eine anschauliche physikalische Interpretation ermöglicht.

1. Die Materie soll einen gewissen Bereich des Raumes ausfüllen, d. h., der Energie-Impuls-Tensor $T^{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta ... = 1, ... 4$) verschwindet ausserhalb einer gewissen Zeitröhre (wir schliessen dadurch das Vorhandensein

des elektromagnetischen Feldes aus; es wird sich jedoch zeigen, dass man diese Einschränkung aufheben kann). Bei genügend grosser Entfernung können wir

$$g_{\alpha\beta} = \overset{0}{g}_{\alpha\beta} + \gamma_{\alpha\beta} \tag{1}$$

ansetzen, wo $\overset{0}{g}_{\alpha\beta}$ die Faktoren der metrischen Form in MINKOWSKIscher Welt ($-\overset{0}{g}_{ii} = \overset{0}{g}_{44} = 1$ $i, k... = 1, 2, 3$, die andern $\overset{0}{g}_{\alpha\beta} = 0$), $\gamma_{\alpha\beta}$ aber kleine Grössen sind.

$\gamma_{\alpha\beta}$ werden wir als das Tensorfeld *auf dem Untergrunde* der MINKOWSKIscher Welt betrachten. Nach Vernachlässigung der höheren Potenzen von $\gamma_{\alpha\beta}$ und ihrer Ableitungen im Ausdrucke des Krümmungstensors $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$, erhalten wir aus den EINSTEINschen Gravitationsgleichungen:

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} R = -\varkappa T_{\alpha\beta} \tag{2}$$

($\varkappa$ - Gravitationskonstante) als Näherung die linearen Gleichungen:

$$\frac{1}{2} \Box \varphi_{\alpha\beta} = -\varkappa T_{\alpha\beta}; \qquad \left(\Box \equiv g^{\alpha\beta} . \frac{\partial^2}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} \right), \tag{3}$$

$$\frac{\partial \varphi_\alpha^\beta}{\partial x^\beta} = 0, \tag{4}$$

wo

$$\varphi_\alpha^\beta = \gamma_\alpha^\beta - \frac{1}{2} \gamma_\nu^\nu \delta_\alpha^\beta \tag{5}$$

ist. Im weiteren werden wir die Grössen $\varphi_{\alpha\beta}$ einfach Gravitationspotentiale nennen. Überall ausserhalb der Materie erfüllen die Gravitationspotentiale das Gleichungssystem:

$$\Box \varphi_{\alpha\beta} = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial \varphi_\alpha^\beta}{\partial x^\beta} = 0. \tag{4}$$

In den Bau der Materie nicht tiefer eingehend, dürfen wir die äusseren Lösungen ganz formal ins Innere der Röhre verlängern, wobei es sich zeigt, dass die Lösungen Singularitäten auf einer gewissen Weltlinie innerhalb der Materieröhre besitzen. Ebenso ist das NEWTONsche Potential, das ausserhalb der Materie die LAPLACEsche Gleichung $\Delta\varphi = 0$ erfüllt,

ausserhalb der Materie durch eine Funktion dargestellt, die im Innern der Materie eine Singularität besitzt. Ist nämlich das Gebiet V mit Materie von der Dichte ρ gefüllt, dann wird das NEWTONsche Potential durch die Gleichung

$$\varphi_P = \int \frac{\rho}{r_{PQ}} \, dV$$

bestimmt. Nimmt man einen beliebigen Reduktionspunkt O im Gebiete V an, so können wir bei genügend grosser Entfernung $\frac{1}{r}$ in die folgende Reihe:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_0} + \left(\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x^i}\right)_0 y^i + \ldots\ldots$$

entwickeln, wo y^i die Koordinaten in Bezug auf den Punkt O bedeuten; weiter erhalten wir

$$\varphi_P = \frac{1}{r_0} \int \rho \, dV + \left(\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x^i}\right)_0 \int \rho y^i \, dV + \ldots\ldots$$

Die aufeinanderfolgenden Glieder dieser Reihe stellen die Potentiale des sich in Reduktionspunkte befindlichen Pols, Dipols und der Multipole höherer Ordnungen dar. Wir sehen, dass diese Potentiale im Reduktionspunkte O Singularitätenpunkte vom Typus $\frac{1}{r}$, $\left(\frac{1}{r}\right)^2$ u. s. w. haben. Bei grossen Entfernungen findet man eine gute Annäherung des Potentials des Körpers schon mit Hilfe der ersten Glieder der Reihe.

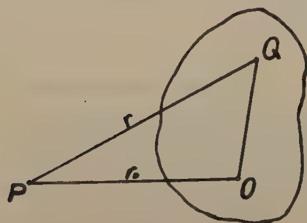


FIG. 1.

Bei Benutzung dieser Analogie werden wir die Lösungen des Gleichungssystems (6), (4), vom Typus eines Pols, eines Dipols u. s. w. suchen — d. h., wir suchen Lösungen, welche solche Singularitäten auf der vorläufig im Innern der Materieröhre angenommenen Reduktionslinie L haben. Wir setzen voraus, dass die Lösungen des Systems (3), (4) sich ausserhalb der Röhre durch eine Reihe von Multipolpotentialen darstellen lassen und dass man bei grossen Entfernungen eine gute Näherung mittels der ersten Gliedern diese Reihe erzielen kann. Die Gleichungen (4) legen der Reduktionslinie L einige Bedingungen auf. Die Linie L werden wir fest mit dem System verbinden; daher werden wir für das materielle System mechanische Gesetze finden.

2. Um Ausdrücke für die Potential der Multipole geben zu können, müssen wir einige Definitionen einführen. Es sei gegeben die zeitartige Welt-

linie L (Fig. 2). Längs dieser Linie werden wir Intervalle s vom beliebigen Zeitpunkt A_0 aus messen (für einen materiellen Punkt, dessen Bewegung L darstellt, ist s die Eigenzeit). Da man den Parameter s längs der Linie L misst, können wir ein Skalarfeld im ganzen Raume auf folgende Weise bauen. Von jedem Zeitpunkte O senden wir den Vergangenheitslichtkegel aus und ordnen dem Punkte O zu diesem Wert s, den wir auf der Linie L im Punkte A, in welchem der Lichtkegel sie schneidet, finden. Gleichzeitig führen wir das Vektorfeld der Vektoren l^α ein. l^α ist ein die Weltpunkte O und A verbindender Vektor. Da l^α am Lichtkegel liegt, ist

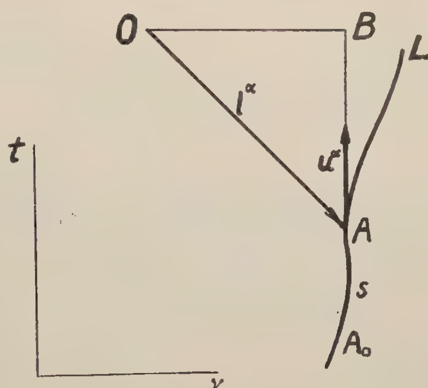


FIG. 2.

$$l^\alpha l_\alpha = 0. \tag{7}$$

Weiter bezeichnen wir mit u^α eine vierdimensionale Tangente zu L, d. h., dass, wenn die Linie L durch die Gleichungen $x^\alpha = x^\alpha(s)$ gegeben ist, ist

$$u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds}.$$

Daraus folgt

$$u^\alpha u_\alpha = 1. \tag{8}$$

u^α und l^α benutzend, führen wir noch den Skalar n mittels der Gleichung

$$n = l^\alpha u_\alpha \tag{9}$$

ein. Im Eigensystem, d. h., im System, in welchem u^α parallel zur Zeitachse ist, bedeutet n die (räumliche) Entfernung der Punkte O und A.* Im Eigensystem ist nämlich $u^i = 0$, $u^4 = 1$, also $n = l^4 = t_A - t_0$. Aber wegen (7) ist $(l^4)^2 = \sum_i (l^i)^2 = r^2$ und $l^4 = -r$ (l^4 ist stets negativ, da es in die Vergangenheit gerichtet ist). Also haben wir im Eigensystem $n = -r$.

In der schon zitierten Arbeit *(2)* gibt MATHISSON die Regeln zur Differentiation der eingeführten Grössen (nach den Koordinaten des Weltpunktes O) an. Wir führen sie hier ohne Beweis an:**

* In der Figur ist die Strecke OB, d. h., die Projektion von l^α auf die Normale zu u^α_A, das Mass der Entfernung der Punkte OA im Eigensystem.

** Wir schreiben von jetzt an $g_{\alpha\beta}$ anstatt $\overset{0}{g}_{\alpha\beta}$.

$$\frac{\partial s}{\partial x^\alpha} = \frac{l_\alpha}{n}, \tag{10}$$

$$\frac{\partial l_\alpha}{\partial x^\beta} = -g_{\alpha\beta} + \frac{u_\alpha l_\beta}{n}. \tag{11}$$

Jede Funktion des längs L gemessenen Bogens s können wir jetzt als eine im ganzen Raume definierte Funktion ansehen; aus (10) folgt für ihren Gradienten

$$\frac{\partial f(s)}{\partial x^\alpha} = \frac{df}{ds}\frac{l_\alpha}{n} = \dot{f}\,\frac{l_\alpha}{n}, \tag{12}$$

wo der Punkt eine Differentiation nach s bedeutet. Mit Hilfe der gegebenen Formeln finden wir die Ableitungen von n:

$$\frac{\partial n}{\partial x^\alpha} = -u_\alpha + \frac{l_\alpha}{n}(1 + l^\alpha \dot{u}_\alpha). \tag{13}$$

3. Nach Berücksichtigung dieser Beziehungen können wir ohne weiteres feststellen, dass für jede beliebige Funktion $f(s)$ die Identität:

$$\Box \frac{f}{n} = 0 \tag{14}$$

überall mit Ausnahme der Linie L gilt. Wir werden daher die gesuchte Lösung der Gleichungen (6), (4) in der Gestalt

$$\varphi^{\alpha\beta} = \frac{m^{\alpha\beta}}{n} \tag{15}$$

ansetzen.

Die obige Beziehung stellt das Potential eines Pols dar; auf L-Linie hat sie nämlich eine Singularität vom Typus $\frac{1}{r}$. Nimmt man als die gesuchte Lösung der Gleichungen (6) die Beziehung (15) an, dann ist (6) erfüllt, es bleiben noch die Bedingungen (4) übrig, die einige Beschränkungen den $m^{\alpha\beta}(s)$ und der L-Linie auflegen.

Es gilt nämlich:

$$\frac{\partial \varphi^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} = \frac{1}{n^2}\cdot m^{\alpha\beta}\left(u_\beta - \frac{l_\beta}{n}\right) + \frac{1}{n}\left(\dot{m}^{\alpha\beta}\frac{l_\beta}{n} - m^{\alpha\beta}\frac{l_\beta}{n}\,\frac{l_\nu \dot{u}^\nu}{n}\right). \tag{16}$$

Diese Gleichung soll für jedes beliebiges l^α gültig sein. Da aber $\frac{l^\alpha}{n}$ stets eine endliche Grösse ist und $\frac{1}{n}$ bei der Annäherung an die Linie unbe-

schränkt wächst, muss jedes Glied, das wir als Koeffizienten bei $\frac{1}{n}$ und $\frac{1}{n^2}$ finden, verschwinden. Die Willkür von l^α führt dann zu den Bedingungen (MATHISSON *(2)*):

$$m^{\alpha\beta} = mu^\alpha u^\beta, \qquad m = 0, \; m\dot{u}^\alpha = 0. \tag{17}$$

Um die erhaltenen Resultate zu interpretieren, bemerken wir, dass

$$\varphi^{\alpha\beta} = -\frac{\varkappa}{2\pi}\int \frac{T^{\alpha\beta}_{(t-r)}}{r}\,\mathrm{d}V \tag{18}$$

die Lösung von (3), (4) darstellt.

Vergleichen wir jetzt diese Lösung mit (15), am besten im Eigensystem und bei Vernachlässigung der Beschleunigungen, da es sich nämlich nur um die prinzipielle Bedeutung der in (17) eingeführten Grösse m handelt. Wir bezeichnen mit $T^{\alpha\beta}$ den Energie-Impuls-Tensor der inkohärenten Materie

$$T^{\alpha\beta} = \sum \mu v^\alpha v^\beta, \tag{19}$$

wo v^α die Geschwindigkeiten in Bezug auf den Reduktionspunkt sind, als welchen wir der Massenmittelpunkt des Systems setzen. Weiter nehmen wir die Geschwindigkeiten so klein an, dass wir ihre Quadrate vernachlässigen können. (Lichtgeschwindigkeit $c = 1$). Daher ist

$$T^{44} = \sum \mu, \tag{20}$$

$$\varphi^{44} = -\frac{\varkappa}{2\pi}\sum\frac{\mu}{r} = -\frac{\varkappa}{2\pi}\cdot\frac{1}{r_0}\sum\mu - \frac{\varkappa}{2\pi}\left(\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x^i}\right)_0 \sum \mu y^i - \ldots, \tag{21}$$

Wenn y^i Koordinaten in Bezug auf den Schwerpunkt sind, verschwindet das zweite Glied der Entwicklungsreihe. Vergleicht man den aus (15) folgenden Wert

$$\varphi^{44} = \frac{m}{n} = -\frac{m}{r}$$

(im Eigensystem) mit (21), so sieht man, dass, bis auf den konstanten Koeffizienten, $\frac{\varkappa}{2\pi}$, m in der Gleichung (17) die Masse des materiellen Systems bedeutet. Aus den Bedingungen (17) kann man bei Abwesenheit von Kräften (wir setzten den MINKOWSKIschen Untergrund und den Ausfall des elektromagnetischen Feldes voraus), das Gesetz von der Erhaltung der

Masse des materiellen Systems, das mit genügender Annäherung durch unseren Pol dargestellt ist, und die gleichförmige Bewegung des Schwerpunktes des Systems längs einer Geraden ableiten.

4. Bis jetzt erhielten wir Resultate, die mit den klassischen übereinstimmen. Etwas neues ergibt die Berücksichtigung des Dipolgliedes. Bei Berücksichtigung der Tatsache, dass, wenn $f(s)$ die Gleichung $\Box f = 0$ erfüllt, dann erfüllt auch $\frac{\partial f}{\partial x^\alpha}$ dieselbe Gleichung, wollen wir eine Lösung der Gleichungen (6) von der Gestalt

$$\varphi^{\alpha\beta} = \frac{\partial}{\partial x^\lambda}\left(\frac{m^{\lambda\alpha\beta}}{n}\right) + \frac{m^{\alpha\beta}}{n} \tag{22}$$

suchen. In diesem Ausdrucke wurde ausser dem eigentlichen Dipolpotential $\frac{\partial}{\partial x^\lambda}\left(\frac{m^{\lambda\alpha\beta}}{n}\right)$ noch das Polglied $\frac{m^{\alpha\beta}}{n}$ mit berücksichtigt.

Da durch diese Annahme die Gleichungen (6) schon erfüllt sind, müssen wir noch den Bedingungen (4) genügen. Der Ausdruck $\frac{\partial \varphi^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta}$ nimmt die Form

$$\frac{\partial \varphi^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} = \frac{1}{n^3} A^\alpha + \frac{1}{n^2} B^\alpha + \frac{1}{n} C^\alpha \tag{23}$$

an, wo

$$A^\alpha = m^{\lambda\alpha\beta}\left(g_{\lambda\beta} + 2u_\lambda u_\beta - 6\frac{u_{(\lambda}u_{\beta)}}{n} + 3\frac{l_\lambda l_\beta}{n^2}\right)^*, \tag{23a}$$

$$B^\alpha = \dot{m}^{\lambda\alpha\beta}\left(-g_{\lambda\beta} + 4\frac{u_{(\lambda}l_{\beta)}}{n} - 3\frac{l_\lambda l_\beta}{n^2}\right) + m^{\lambda\alpha\beta}\left(g_{\lambda\beta}\frac{l_\nu \dot{u}^\nu}{n} - 6\frac{u_{(\lambda}l_{\beta)}}{n}\frac{l_\nu \dot{u}^\nu}{n} + \right.$$
$$\left. + 6\frac{l_\lambda l_\beta}{n^2}\frac{l_\nu \dot{u}^\nu}{n} + 2\frac{\dot{u}_{(\lambda}l_{\beta)}}{n}\right) + m^{\alpha\beta}\left(u_\beta - \frac{l_\beta}{n}\right), \tag{23b}$$

$$C^\alpha = \ddot{m}^{\lambda\alpha\beta}\frac{l_\lambda l_\beta}{n^2} - 3\dot{m}^{\lambda\alpha\beta}\cdot\frac{l_\lambda l_\beta}{n^2}\frac{l_\nu \dot{u}^\nu}{n} - m^{\lambda\alpha\beta}\cdot\frac{l_\lambda l_\beta}{n^2}\left[\frac{l_\nu \ddot{u}^\nu}{n} - 3\left(\frac{l_\nu \dot{u}^\nu}{n}\right)^2\right] + \dot{m}^{\alpha\beta}\cdot\frac{l_\beta}{n} -$$
$$- m^{\alpha\beta}\frac{l_\beta}{n}\frac{l_\nu \dot{u}^\nu}{n} \tag{23c}$$

ist. Wie in (16) sind die Ausdrücke gleicher Ordnung bezüglich $\frac{1}{n}$ zu-

---

* $u_{(\lambda}l_{\beta)} = \frac{1}{2}\left(u_\lambda l_\beta + u_\beta l_\lambda\right)$.

sammengefasst; ebenso wie in (16) folgt aus dem Verschwinden des ganzen Ausdruckes (23) bei willkürlichem l^α das Verschwinden der Faktoren bei $\frac{1}{n}$, $\left(\frac{1}{n}\right)^2$ und $\left(\frac{1}{n}\right)^3$:

$$A^\alpha = 0, \tag{24a}$$

$$B^\alpha = 0, \tag{24b}$$

$$C^\alpha = 0. \tag{24c}$$

Um aus diesen Gleichungen ohne mühe Schlüsse ziehen zu können, werden wir von einer Zerlegungsmethode Gebrauch machen. Jeden in $\alpha\beta$ symmetrischen Tensor kann man ($m_{\lambda\beta\alpha}$ muss in $\alpha\beta$ der Symmetrie der Gravitationspotentiale wegen symmetrisch sein) wie folgt darstellen:

$$m^{\lambda\alpha\beta} = {}^*m^{\lambda\alpha\beta} + n^{\alpha\lambda} u^\beta + n^{\beta\lambda} u^\alpha + q^{\alpha\beta} u^\lambda + p^\lambda u^\alpha u^\beta + w^\beta u^\lambda u^\alpha + w^\alpha u^\lambda u^\beta + w u^\alpha u^\beta u^\lambda$$

$$m^{\alpha\beta} = {}^*m^{\alpha\beta} + n^\alpha u^\beta + n^\beta u^\alpha + m u^\alpha u^\beta,$$

wo alle Tensoren der rechten Seite, die kein u^α- Vektor sind, orthogonal zu u^α - sind:

$$ {}^*m^{\lambda\alpha\beta} u_\beta = 0, \quad n^{\alpha\beta} u_\beta = 0, \quad p^\lambda u_\lambda = 0; \quad {}^*m^{\alpha\beta} u_\beta = 0, \quad n^\alpha u_\alpha = 0 \text{ u. s. w.} \tag{25}$$

Diese Zerlegung ist immer möglich und eindeutig. Wie es sich jedoch zeigt, man muss $m^{\lambda\alpha\beta}$ nicht in der allgemeinsten Form betrachten. Aus der leicht zu beweisenden Identität:

$$\frac{\partial}{\partial x^\lambda}\left(\frac{f u^\lambda}{n}\right) = \frac{\dot{f}}{n} \tag{26}$$

folgt, dass alle Glieder, die u^λ als Koeffizienten haben, im Potential $\varphi^{\alpha\beta}$ einen Ausdruck der Gestalt

$$\frac{\partial}{\partial x^\lambda}\left(\frac{Q^{\alpha\beta} u^\lambda}{n}\right) = \frac{\dot{Q}^{\alpha\beta}}{n}$$

geben. Daher können wir diese Glieder als im Unipolpotential (zweites Glied in (22)) schon berücksichtigt betrachten. Man kann also, ohne die Allgemeinheit einzuschränken:

$$m^{\lambda\alpha\beta} = {}^*m^{\lambda\alpha\beta} + n^{\alpha\lambda} u^\beta + n^{\beta\lambda} u^\alpha + p^\lambda u^\alpha u^\beta \tag{27}$$

auszetzen. Obiges in (24a) eingesetzt, ergibt

$$m^{\lambda\alpha\beta}\left(g_{\lambda\beta}+2u_{\lambda}u_{\beta}-6\,\frac{u_{(\lambda}l_{\beta)}}{n}+3\,\frac{l_{\lambda}l_{\beta}}{n^2}\right)=0.$$

Da aber

$$u^{\beta}\left(g_{\lambda\beta}+2u_{\lambda}u_{\beta}-6\,\frac{u_{(\lambda}l_{\beta)}}{n}+3\,\frac{l_{\lambda}l_{\beta}}{n^2}\right)=0,$$

bleibt nur

$$(\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha\beta}+n^{\beta\lambda}u^{\alpha})\left(g_{\lambda\beta}+2u_{\lambda}u_{\beta}-6\,\frac{u_{(\lambda}l_{\beta)}}{n}+3\,\frac{l_{\lambda}l_{\beta}}{n^2}\right)=0$$

übrig und berücksichtigt man noch (25)

$$\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha\beta}u_{\beta}=\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha\beta}u_{\lambda}=n^{\beta\lambda}u_{\lambda}=n^{\beta\lambda}u_{\beta}=0,$$

so erhalten wir

$$(\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha\beta}+n^{\beta\lambda}u^{\alpha})\left(g_{\lambda\beta}+3\,\frac{l_{\lambda}l_{\beta}}{n^2}\right)=0. \tag{28}$$

Wir wollen diese Bedingung im Eigensystem betrachten. Die Orthogonalitätsbedingung von $\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha\beta}$ und $n^{\beta\lambda}$ zu u_{α} drückt sich folgenderweise aus:

$$\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha4}=\overset{*}{m}{}^{4\alpha\beta}=0,\ n^{4\alpha}=n^{\alpha4}=0.$$

Weiter sind $\frac{l_i}{n}=\gamma_i$ die Richtungskosinusse des Leitstrahlen. Diese Richtungskosinusse erfüllen nur die Bedingung

$$g^{ik}\gamma_i\gamma_k+1=0, \tag{29}$$

sonst sind sie ganz willkürlich, und speziell linear unabhängig. Die Gleichung (28) zerfällt, da $u^i=0$, in zwei Teile:

$$\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha\beta}\left(g_{\lambda\beta}+3\,\frac{l_{\lambda}l_{\beta}}{n^2}\right)=0,\qquad(\alpha\neq4), \tag{28a}$$

$$n^{\beta\lambda}\left(g_{\lambda\beta}+3\,\frac{l_{\lambda}l_{\beta}}{n^2}\right)=0.\qquad(\alpha=4). \tag{28b}$$

Im Eigensystem folgt daraus

$$\overset{*}{m}{}^{(i|\alpha|j)}=\overset{*}{m}{}^{\alpha}g^{ij}\ \ (\overset{*}{m}{}^{\alpha}u_{\alpha}=0)^{\dagger}, \tag{30a}$$

$$n^{(ij)}=\rho g^{ij}, \tag{30b}$$

† $\overset{*}{m}{}^{(\lambda|\alpha|\beta)}=\frac{1}{2}\left(\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha\beta}+\overset{*}{m}{}^{\beta\alpha\lambda}\right)$

Nehmen wir noch die Orthogonalität von $\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha\beta}$ und $n^{\alpha\beta}$ zu u_α in Betracht, d. h., das Verschwinden der Komponenten $\overset{*}{m}{}^{4\alpha\beta}$, $\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha 4}$ und $n^{4\alpha}$, so erhalten wir:

$$\overset{*}{m}{}^{(\lambda|\alpha|\beta)} = \overset{*}{m}{}^{\alpha}(g^{\lambda\beta} - u^\lambda u^\beta), \tag{31a}$$

$$n^{(\lambda\beta)} = \rho(g^{\lambda\beta} - u^\lambda n^\beta). \tag{31b}$$

Die Beziehungen (31) sind in Tensorform dargestellt, sie sind also vom Koordinatensystem unabhängig. Da $m^{\lambda\alpha\beta}$ in $\alpha\beta$ symmetrisch ist, erhalten wir für $\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha\beta}$ und $n^{\alpha\beta}$

$$\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha\beta} = \overset{*}{m}{}^{\alpha}(g^{\lambda\beta} - u^\lambda u^\beta) + \overset{*}{m}{}^{\beta}(g^{\lambda\alpha} - u^\lambda u^\alpha) - \overset{*}{m}{}^{\lambda}(g^{\alpha\beta} - u^\alpha u^\beta), \tag{32}$$

$$n^{\lambda\beta} = \rho(g^{\lambda\beta} - u^\lambda u^\beta) + n^{[\lambda\beta]}.\dagger \tag{33}$$

Betrachten wir jetzt näher, was für ein Beitrag die Ausdrücke $\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha\beta} + n^{(\lambda\beta)}u^\alpha + n^{(\lambda\alpha)}u^\beta$ im Potential geben. Das von ihnen stammende Potential hat die Form:

$$\varphi^{\alpha\beta} = \frac{\partial}{\partial x^\lambda}\left(\frac{\overset{*}{m}{}^{\lambda\alpha\beta} + n^{(\lambda\alpha)}u^\beta + n^{(\lambda\beta)}u^\alpha}{n}\right) = g^{\alpha\nu}\frac{\partial}{\partial x^\nu}\left(\frac{\overset{*}{m}{}^{\beta} + \rho u^\beta}{n}\right) +$$
$$+ g^{\beta\nu}\frac{\partial}{\partial x^\nu}\left(\frac{\overset{*}{m}{}^{\alpha} + \rho u^\alpha}{n}\right) - g^{\alpha\beta}\frac{\partial}{\partial x^\nu}\left(\frac{\overset{*}{m}{}^{\nu} + \rho u^\nu}{n}\right) + \frac{\partial}{\partial x^\lambda}\left(\frac{\overset{*}{m}{}^{\lambda}u^\alpha u^\beta}{n}\right) +$$
$$+ \frac{1}{n}\left[\dot{\rho} g^{\alpha\beta} - 2\frac{d}{ds}(\overset{*}{m}{}^{(\alpha}u^{\beta)} + \rho u^\alpha u^\beta)\right]; \tag{34}$$

zum Beweis wurde die Identität (26) benutzt.

Die ersten drei Glieder der Beziehung (34) lassen sich (bei Benutzung der ko- und kontravarianten Ableitungen, die sich für den MINKOWSKIschen Untergrund in die gewöhnlichen Ableitungen umformen), wie folgt darstellen:

$$\psi^{\alpha\beta} = \nabla^\alpha \xi^\beta + \nabla^\beta \xi^\alpha - g^{\alpha\beta}\nabla_\nu \xi^\nu, \tag{35}$$

wo ξ^ν die Bedingung $\Box \xi^\nu = 0$ erfüllt. Wie man leicht beweisen kann, folgt daraus die Identität

$$\frac{\partial \psi^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} = 0.$$

---

† $n^{[\lambda\beta]} = \frac{1}{2}(n^{\lambda\beta} - n^{\beta\lambda})$.

Dieser Teil zwingt daher den restlichen Gliedern des Potentials keine Einschränkungen auf. Er bildet ein physikalisch unwesentliches Glied (in der Elektrodynamik hat dieser Teil sein Analogon im vierdimensionalen Gradienten, den man zum elektromagnetischen Potential addieren kann) und man kann ihn ohne Einschränkung der Allgemeinheit weglassen. Das nächste Glied von (34) kann ganz einfach, ohne die Orthogonalität zu stören, mit dem Glied $p^{\lambda}u^{\alpha}u^{\beta}$ verbunden werden, die weiteren mit dem Unipolglied. Daher genügt es $m^{\lambda\alpha\beta}$ in der Gestalt

$$m^{\lambda\alpha\beta}=n^{\alpha\lambda}u^{\beta}+n^{\beta\lambda}u^{\alpha}+p^{\lambda}u^{\alpha}u^{\beta} \tag{36}$$

anzusetzen, wo $n^{\alpha\beta}$ schon antisymmetrisch ist.

Bevor wir zu den Schlussfolgerungen aus dem Verschwinden der Faktoren bei den weiteren Potenzen von $\frac{1}{n}$ übergehen, müssen wir den physikalischen Sinn der $n^{\lambda\beta}$ und p^{λ} erörtern. Wie im Ziff. 3, werden wir das Potential $\varphi^{\alpha\beta}=\frac{\partial}{\partial x^{\lambda}}\left(\frac{m^{\lambda\alpha\beta}}{n}\right)$ im Eigensystem bei Vernachlässigung der Beschleunigungen und der Quadrate der Geschwindigkeiten mit der bekannten Beziehung (18) vergleichen, in der wir für $T^{\alpha\beta}$ den Energie-Impuls-Tensor der inkohärenten Materie einsetzen. Beim Vergleich der φ^{44}-Komponenten erhalten wir

$$\varphi^{44}=-\frac{\varkappa}{2\pi}\sum\frac{\mu}{r}=-\frac{\varkappa}{2\pi}\frac{1}{r_0}\sum\mu-\frac{\varkappa}{2\pi}\left(\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x^{l}}\right)_0\sum\mu y^{l}+\ldots=$$

$$=\frac{m^{44}}{n}+p^{l}\frac{\partial}{\partial x^{l}}\left(\frac{1}{n}\right)=-p^{l}\frac{\partial}{\partial x^{l}}\left(\frac{1}{r}\right)-\frac{m^{44}}{r}.$$

Daraus sehen wir, dass p^{λ} *im Grunde* ein statisches Moment in Bezug auf den Reduktionspunkt darstellt. Bisher war L ganz willkürlich angenommen, sie musste nur in der Röhre liegen; wenn mann sie jedoch durch die Schwerpunkte der zu ihr orthogonalen Schnitten der Röhre gehen lässt, dann wird obiges Moment verschwinden.

Von jetzt an setzen wir deshalb voraus, dass L die „Schwerpunktlinie" ist und so haben wir

$$p^{\lambda}=0. \tag{37}$$

Zwecks Interpretation der $n^{\lambda\beta}$ müssen wir die Ausdrücke für die Komponenten φ^{4l} vergleichen.

$$\varphi^{4l} = -\frac{\varkappa}{2\pi}\sum\frac{\mu v^l}{r} = -\frac{\varkappa}{2\pi}\frac{1}{r_0}\sum\mu v^l - \frac{\varkappa}{2\pi}\left(\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x^k}\right)_0\sum\mu y^k v^l + \ldots =$$

$$= \frac{m^{4l}}{n} + \frac{\partial}{\partial x^\lambda}\left(\frac{n^{l\lambda}}{n}\right) = \frac{m^{4l}}{n} + n^{lk}\frac{\partial}{\partial x^k}\left(\frac{1}{n}\right) = -\frac{m^{4l}}{r} - n^{lk}\frac{\partial}{\partial x^k}\left(\frac{1}{r}\right).$$

Aus dem Vergleich sieht man, dass, bis auf einen konstanten Koeffizienten

$$n^{lk} = \sum\mu y^k v^l. \tag{38}$$

Die obige Gleichung verlangt eine Antisymmetrie der rechten Seite. Ihre Gültigkeit erweist sich z. B. für Systeme, die sich wie starre Körper, deren Trägheitselipsoid eine Kugel ist, bewegen. Dann ist der Dipol eine genügende Näherung; im Falle eines dreiachsigen Trägheitselipsoides müssten die Quadrupolglieder berücksichtigt werden.

Da wir die Entwickelung mit dem Dipolgliede abbrechen wollen, nehmen wir eine Antisymmetrie der rechten Seite an und deshalb ist

$$n^{lk} = \frac{1}{2}\sum\mu(y^k v^l - y^l v^k) = \frac{1}{2}\,\Omega^{lk}, \tag{39}$$

wo $\Omega^{\alpha\beta}$ der Tensor des Impulsmomentes ist. Wie wir sehen, stellt $n^{\alpha\beta}$ ***grundsätzlich*** das Impulsmoment dar.

Betrachten wir jetzt die Glieder bei $\left(\frac{1}{n^2}\right)$ in (23). Unter Berücksichtigung von (36) erhalten wir

$$(\dot{n}^{\alpha\beta} - {}^*m^{\alpha\beta} - n^\beta u^\alpha)\left(u_\beta - \frac{l_\beta}{n}\right) = 0. \tag{40}$$

Daraus folgt (z. B. im Eigensystem)

$$\dot{n}^{\alpha\beta} - {}^*m^{\alpha\beta} - n^\beta u^\alpha = Q^\alpha u^\beta. \tag{41}$$

Multiplikation mit u^β ergibt

$$Q^\alpha = \dot{n}^{\alpha\beta} u_\beta. \tag{42}$$

Da $n^{\alpha\beta}$ antisymmetrisch ist, muss Q^α orthogonal zu u^α sein:

$$Q^\alpha u_\alpha = \dot{n}^{\alpha\beta} u_\alpha u_\beta = 0. \tag{43}$$

Daraus folgt, wenn man (41) mit u_α multipliziert:

$$n^\beta = \dot{n}^{\alpha\beta} u_\alpha = -\dot{n}^{\beta\alpha} u_\alpha. \tag{44}$$

Einsetzung der obigen Beziehung in (41) ergibt:

$$^{*}m^{\alpha\beta} = \dot{n}^{\alpha\beta} + \dot{n}^{\beta\nu} u_{\nu} u^{\alpha} - \dot{n}^{\alpha\nu} u_{\nu} u^{\beta}. \tag{45}$$

Aus der Symmetrie der rechten und der Antisymmetrie der linken Seite obiger Beziehung folgen zwei Gleichungen:

$$^{*}m^{\alpha\beta} = 0, \tag{46}$$

$$\dot{n}^{\alpha\beta} + \dot{n}^{\beta\nu} u_{\nu} u^{\alpha} - \dot{n}^{\alpha\nu} u_{\nu} u^{\beta} = 0. \tag{47}$$

Differentiation der Gleichung $n^{\alpha\beta} u_{\beta} = 0$ nach s ergibt:

$$\dot{n}^{\alpha\beta} u_{\beta} = - n^{\alpha\beta} \dot{u}_{\beta}. \tag{48}$$

Deshalb können wir (47) durch

$$\boxed{\dot{n}^{\alpha\beta} - n^{\beta\nu} \dot{u}_{\nu} u^{\alpha} + n^{\alpha\nu} \dot{u}_{\nu} u^{\beta} = 0} \tag{49}$$

ersetzen. Nach Berücksichtigung der Antisymmetrie von $n^{\alpha\beta}$ ergeben sich aus (49) die Beziehungen (48) und (47). Die Gleichung (49) ist eine relativistische Verallgemeinerung des Gesetzes von der Erhaltung des Drehmomentes.

Zuletzt berücksichtigen wir die Glieder bei $\frac{1}{n}$ in (23). Es folgt aus ihnen:

$$\ddot{n}^{\alpha\lambda} \frac{l_{\lambda}}{n} - \dot{n}^{\alpha\lambda} \frac{l_{\lambda}}{n} \cdot \frac{l_{\nu} \dot{u}^{\nu}}{n} + \dot{n}^{\alpha} + \dot{n}^{\beta} \frac{l_{\beta}}{n} u^{\alpha} + n^{\beta} \frac{l_{\beta}}{n} \dot{u}^{\alpha} - n^{\beta} \frac{l_{\beta}}{n} u^{\alpha} \frac{l_{\nu} \dot{u}^{\nu}}{n} +$$

$$+ \dot{m} u^{\alpha} + m \dot{u}^{\alpha} = 0. \tag{50}$$

Bei Benutzung der Beziehungen (49) und (44) erhalten wir:

$$\dot{m} u^{\alpha} + m \dot{u}^{\alpha} + 2 \dot{n}^{\alpha} = 0. \tag{51}$$

Differentiation von (44) nach s ergibt:

$$\dot{n}^{\alpha} = - \ddot{n}^{\alpha\beta} u_{\beta} - \dot{n}^{\alpha\beta} \dot{u}_{\beta}. \tag{51}$$

Aus (49) aber folgt $\dot{n}^{\alpha\beta} \dot{u}_{\beta} = 0$, somit ist $\dot{n}^{\alpha} = - \ddot{n}^{\alpha\beta} u_{\beta}$. Mit dem Verschwinden der Grösse $\dot{n}^{\alpha\beta} \dot{u}_{\beta}$ ist aber die Beziehung

$$\dot{n}^{\alpha\beta} u_\beta = - n^{\alpha\beta} \ddot{u}_\beta \tag{52}$$

verbunden und deshalb erhalten wir

$$\dot{m} u^\alpha + m \dot{u}^\alpha + 2 n^{\alpha\beta} \ddot{u}_\beta = 0. \tag{53}$$

Nach Multiplikation dieser Gleichung mit u_α sehen wir, dass

$$\boxed{\dot{m} = 0,} \tag{54}$$

also folgt aus (53):

$$\boxed{m \dot{u}^\alpha + 2 n^{\alpha\beta} \ddot{u}_\beta = 0.} \tag{55}$$

Der Schwerpunkt eines abgetrennten (isolierten) mit Impulsmoment begabten Systems bewegt sich nicht mehr gleichförmig längs einer Geraden.

Die Bewegung des Schwerpunktes ist sogar bei Abwesenheit, wie in diesem Falle, der äusseren Kräfte mit dem Impulsmomente verbunden. Die Gleichungen (49) (55) fand MATHISSON in der schon zitierten Arbeit, bei Benutzung der Variationsmethode, für den allgemeineren Fall eines RIEMANNschen Untergrundes. Es treten dort von der Krümmung des Untergrundes abhängige Glieder auf, die für den MINKOWSKIschen Untergrund verschwinden. Die Betrachtung des speziellen Falles eines MINKOWSKIschen Untergrundes hat den Vorzug, dass es die Potentiale der Multipole mit den aufeinanderfolgenden Gliedern eines bekannten Ausdrucks für das Gravitationspotential: $-\frac{\varkappa}{2\pi}\int \frac{T^{\alpha\beta}_{(t-r)}}{r} dV$ zu vergleichen erlaubt, was eine anschauliche physikalische Interpretation der eingeführten Grössen ergibt.

Bis jetzt setzten wir ein Verschwinden des Energie-Impuls-Tensors $T^{\alpha\beta}$ ausserhalb der Materie voraus. Damit schlossen wir das elektromagnetische Feld aus. Aus der Linearität der Grundgleichungen (3) und (4) sehen wir ohne weiteres, dass man für $T^{\alpha\beta} \neq 0$ ausserhalb der Materie nur ein Integral der Gleichung (3) zu finden und es zur Reihe der Multipole, welche die Lösung des linearen Systems ist, addieren braucht. Von MATHISSON wurde das Integral angegeben, falls mit dem materiellen Systems ein elektrischer Pol verbunden ist.

Zum Schluss möchte ich noch Herrn Doz. Dr M. MATHISSON für die Überlassung des Themas und für die wertvollen Bemerkungen während der Diskussionen meinen Dank aussprechen.

Streszczenie

Podane poprzednio przez M. MATHISSONA nowe równania mechaniczne układów materialnych wyprowadzono przy pomocy potencjałów opóźnionych dla wypadku układu scharakteryzowanego z dostatecznym przybliżeniem przez masę i moment pędu i dla przestrzeni MINKOWSKIEGO. Pozwala to uzyskać bardziej poglądową interpretację wprowadzonych przez MATHISSONA multipoli grawitacyjnych, zastępujących układ materialny. Jeśli na zewnątrz rurki światowej układu rozwinięcie potencjałów grawitacyjnych ograniczyć można do wyrazów unipolowego i dipolowego, wówczas natężenie bieguna jest czterowektorem pędu - energii, natężenie zaś dipolu biwektorem momentu pędu. Żądając spełnienia równań grawitacyjnych otrzymujemy prawo zachowania masy i równania ruchu układu.

Literaturverzeichnis

1. MATHISSON, M.: *Acta Phys. Pol.* **6**, 167 (1937).
2. MATHISSON, M.: *ZS. f. Phys.* **67**, 270 (1931).
3. MATHISSON, M.: *ZS. f. Phys.* **67**, 826 (1931).

Über die wellenmechanische Behandlung der Linienverbreiterung

O zastosowaniu mechaniki falowej do teorii rozszerzenia linii widmowych

Von A. JABŁOŃSKI, Warschau, Institut für Experimentalphysik der Josef Piłsudski Universität

(Eingegangen am 18. Dezember 1937)

Es wird eine, auf der konsequenten Anwendung der wellenmechanischen Fassung des FRANCK-CONDON Prinzips beruhende, Theorie der Linienverbreiterung entwickelt. Alle in einem Gefäss befindliche N Fremdgasatome werden gemeinsam mit einem absorbierenden bzw. emittierenden Atom als ein $N+1$-atomiges Molekül betrachtet. Es wird eine Berechnungsweise der Intensitätsverteilung der druckverbreiterten Linie vorgeschlagen, die es erlaubt sukzessive die Einfach-, und näherungsweise Doppel- u. s. w. -Stösse zu berücksichtigen. Durch die Annahme, dass die zur translatorischen Energie der Störatome gehörigen Eigenfunktionen an der Gefässbegrenzung verschwinden, wird die Verwendung der Eigendifferentiale vermieden. Die erwähnten Eigenfunktionen werden unter der Voraussetzung normiert, dass die Wahrscheinlichkeit ein bestimmtes Störatom irgendwo innerhalb des Gefässes zu finden gleich Eins ist. Die Zahl der Fremdatome mit einem bestimmten Impulsmoment, deren translatorische Energie zu einem gewissen schmalen Bereich gehört, wurde der klassischen Gastheorie entnommen. Das Endresultat ist von den Gefässdimensionen, falss diese gross genug sind, unabhängig. Für die möglichst genaue Berechnung der aus der ersten CONDONschen Näherung sich ergebenden Linienform sind numerische Integrationen der SCHRÖDINGERgleichungen und der Überlappungsintegrale erforderlich. Bei der Beweisführung der Gleichheit der aus der klassischen LORENTZ-LENZ-WEISSKOPFschen Theorie folgenden Intensitätsverteilung und derjenigen aus der CONDONschen Näherung sich ergebenden hat WEISSKOPF das totale Impuls statt der Impulskomponente nach der Kernverbindungslinie der Stosspartner benutzt. Dadurch wurde die Existenz eines bei jedem Stoss vorhandenen Umkehrpunktes der erwähnten Impulskomponente ausser Acht gelassen und der exponentielle Teil der Eigenfunktion sowie auch derjenige zu der Umgebung des Umkehrpunktes angehörige nicht berücksichtigt. Diese Vernachlässigung scheint jedoch bei genauerer Berechnung der Intensitätsverteilung nicht berechtigt zu sein.

§ 1. *Einleitung*

Finden infolge der interatomaren Wechselwirkungen zeitliche Änderungen der Amplitude $A(t)$ und der „Eigenfrequenz" $\omega_0(\tau)$ der Schwin-

gung* eines strahlenden Atoms (S.- Atoms) statt, so ist die Intensitätsverteilung $J(\omega)$ der emittierten Linie nach der klassischen LORENTZ-LENZ-WEISSKOPFschen (L.-L.-W.) Theorie (*12*, *19*, *20*, *21*, *27*, *34*, *35*) durch die FOURIER-Analyse der Schwingung $\omega_0(\tau)$ gegeben:

$$J(\omega) = const \left| \int_0^T A(t) e^{i\int_0^t \omega_0(\tau) d\tau} e^{-i\omega t} dt \right|^2. \tag{1}$$

Ist die Stosszeit im Vergleich mit der Flugzeit sehr kurz, so hat die ausgestrahlte Linie eine einfache Dispersionsform:

$$J(\omega) = \frac{c}{(\omega - \omega_0)^2 + \delta^2}, \tag{2}$$

wo ω_0 die ungestörte Frequenz des Atoms bedeutet; die Halbwertsbreite δ ist gleich der mittleren Stosszahl pro Sekunde.

Im Jahre 1931 hat der Verfasser, durch die Unfähigkeit der damaligen (durch WEISSKOPF noch nicht erweiterten) klassischen Theorie, die Asymmetrien und Verschiebungen der verbreiterten Spektrallinien zu erklären, angeregt, einen von den oben erwähnten wesentlich abweichenden Ausgangspunkt zur Erklärung der Druckeffekte vorgeschlagen (*12*) und zwar im engsten Anschluss an die FRANCK-CONDONsche Theorie der Intensitätsverteilung in den Bandenspektren. Es wurden nämlich erstens die Potentialkurven für die absorbierenden bzw. strahlenden Atome gegen die Fremdgasatome (Störatome) herangezogen und zweitens wurde das FRANCK-CONDON-Prinzip (F.-C.-P.) zur Erklärung verschiedener Druckeffekte angewendet. Da die Überlegungen rein qualitativ waren, genügte die Anwendung der „klassischen" Fassung des F.-C.-P.. Berücksichtigt wurden also nur die „vertikalen" Übergänge, obwohl schon damals ausdrücklich betont wurde, dass die schrägen Übergänge, die auch durch Verwaschenheit der Potentialkurven zum Ausdruck gebracht werden können, eine wesentliche Rolle (besonders bei kleinen Verbreiterungen) spielen müssen.** Nach dieser Auffasung gehört zu jedem Abstand des S.-Atoms vom Störatom eine bestimmte Frequenz an, die gleich dem vertikalen Abstand der beiden Potentialkurven dividiert durch $\hbar$ ist. Diese Definition der „Eigenfrequenz" wurde in den späteren Arbeiten in die klassische Theorie, und zwar zuerst durch WEISSKOPF, übernommen. In erster grober Näherung erhält man die Linienform, indem man die Intensität $J(\omega)$ proportional der Häufigkeit des Auftretens verschiedener Eigenfrequenzen

---

* Es wird hier stets durch ω die Kreisfrequenz bezeichnet.

** Vgl. Fig. 1 der zitierten Arbeit (*12*).

(also der Häufigkeitsverteilung) setzt. Dabei müssen ausser den Störungen durch einzelne Störatome auch (besonders bei hohen Drucken) die simultanen Störungen durch mehrere Störatome berücksichtigt werden. Diese Intensitätsverteilung ergibt sich, wie WEISSKOPF gezeigt hat, aus der L.-L.-W.-Theorie als Grenzverteilung bei unendlich kleinen Geschwindigkeiten der Störatome. Die Häufigkeitsverteilung haben MARGENAU und KULP unter Verwendung des v. d. WAALS-LONDONschen Gesetzes berechnet und mit der Erfahrung verglichen *(18, 19, 24, 25, 26, 27)*.* Sie erhielten dabei zufriedenstellende Resultate.

Man darf allerdings erst von einer wellenmechanischen Theorie genaue Resultate zu erwarten und zwar schon von einem praktisch durchführbaren CONDONschen Näherungsverfahren (also von der s. g. wellenmechanischen Fassung des F.-C.-P.).Den ersten Versuch einer Anwendung der CONDONschen Näherung zur Linienverbreiterungstheorie hat WEISSKOPF *(34, 35)* untermommen. Danach ist die Intensitätsverteilung durch

$$J(\omega) = const \left| A_{nn'} \int \Psi_n (E, \mathfrak{r})\, \Psi^*_{n'} (E', \mathfrak{r})\, d\mathfrak{r} \right|^2 \tag{3}$$

gegeben, wo $A_{nn'}$ das dem Übergang $n \longleftrightarrow n'$ des S.-Atoms zugehörige Matrixelement und $\Psi_n(E, \mathfrak{r})$ bzw. $\Psi_{n'}(E', \mathfrak{r})$ die zur Translationsenergie (kinetische + potentielle Energie) E bzw. E' gehörige, von der Schwerpunktskoordinate abhängige, Eigenfunktion ist. Zwecks Vereinfachung betrachtet WEISSKOPF das Problem als eindimensional (diese Vereinfachung ist jedoch, wie im weiteren gezeigt wird, nicht in vollem Masse berechtigt). Unter Benutzung der KRAMERS-WENTZEL-BRILLOUINschen (K.-W.-B.) Näherungslösung

$$\Psi_n (E, x) = \frac{const}{\sqrt{p_n}}\, e^{-\frac{i}{\hbar}\int\limits_0^x p_n dx}\,, \tag{4}$$

erhält WEISSKOPF aus (3):

$$const \left| \int \frac{1}{\sqrt{p_n p_{n'}}}\, e^{\frac{i}{\hbar}\int\limits_0^x (p_{n'} - p_n) dx}\, dx \right|^2. \tag{5}$$

Setzt man in (5) $\sqrt{p_n p_{n'}} \approx mv$, $dx = v dt$ und $(p_{n'} - p_n) v = T' - T$ ein, wo m die Masse, v die Geschwindigkeit, x die Atomschwerpunktskoordinate und T die kinetische Energie zur Zeit t ist, so ergibt sich statt (5)

* Kritische Bemerkungen zu der MARGENAUschen Theorie findet man bei H. KUHN *(15)*.

$$\frac{const}{m^2}\left|\int e^{\frac{i}{\hbar}\int\limits_o^T (T'-T)dt}\,dt\right|^2. \tag{6}$$

Anderseits gilt $T'-T=E'-E+V_n-V_{n'}=E'-E+\hbar\,\omega_0(\tau)-\hbar\,\omega_{nn'}=$ $=\hbar\,[\omega_{nn'}-\omega+\omega_0(\tau)-\omega_{nn'}]=\hbar\,[\omega_0(\tau)-\omega]$; es ist also nach (5) und (6) die Beziehung

$$J(\omega)=const\left|\int\limits_o^T e^{i\int\limits_o^t \omega_0(\tau)\,d\tau}\; e^{-i\omega t}\,dt\right|^2, \tag{7}$$

erfüllt, welche, falls $A(t)=const$ ist, mit (2) identisch ist. Die WEISSKOPFschen Überlegungen dürfen heute als die einzige Berechtigung der Anwendung der klassischen L.-L.-W. Theorie angesehen werden. Es würden also nach WEISSKOPF auch aus der wellenmechanischen Theorie die beiden Grenzlinienformen folgen: die Dispersionsform und die Häufigkeitsverteilung. Wie schon erwähnt wurde, ist der WEISSKOPFsche Beweis der Gleichwertigkeit der beiden Auffassungen nicht einwandfrei (vgl. § 2).

Sich auf den oben erwähnten WEISSKOPFschen Überlegungen stützend haben KUHN und LONDON *(14, 15, 16)* die Abgrenzung der Verwendung des F.-C.-P. (der „Potential-Theorie der Linienverbreiterung") näher diskutiert. Insbesondere hat KUHN gezeigt, dass die Intensitätsverteilung auf einer Seite der asymmetrisch verbreiterten Linie, fern von der Linienmitte, derjenigen aus dem klassischen F.-C.-P. folgenden gleich ist (dabei spielen für die Intensitätsverteilung in diesem Gebiete praktisch nur die Einfachstösse eine Rolle):

$$J(\omega)=const\,\frac{C^{\frac{1}{2}}}{(\nu-\nu_0)^{3/2}}, \tag{8}$$

wo $C=C_a-C_b$ (C_a, C_b sind die in der v. d. WAALS-LONDONschen potentiellen Energie $-\frac{C}{r^6}$ für die in beiden kombinierenden Anregungszuständen auftretenden Konstanten) und $\nu=\frac{\omega}{2\pi}$ ist.

Für den Absorptionskoeffizient $\varkappa_\nu$ in einer l *cm* dicken Dampfschicht, deren Dichte N absorbierende Atome und n Störatome pro 1 cm^3 beträgt, gilt nach KUHN:

$$\varkappa_\nu=nNlf\,\frac{2\pi^2e^2}{3cm}\,\frac{C^{\frac{1}{2}}}{(\nu-\nu_0)^{3/2}}, \tag{9}$$

wo f die Oszillatorenstärke, e Elektronenladung, m Elektronenmasse und c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet.

Die Untersuchungen von MINKOWSKI (*29*) und KUHN (*15*) ergaben eine sehr gute Übereinstimmung des langwelligen Ausläufers der durch Argon verbreiterten *D*-Linien von *Na* und durch Argon bzw. durch Eigendruck verbreiterten *Hg*-Linie 2537 Å mit der KUHNschen Verteilung.* Auf der kurzwelligen Seite der *D*-Linien findet MINKOWSKI einen nach LENZ zu erwartenden Intensitätsabfall. Entsprechende Messungen von KUHN an der oben erwähnten *Hg*-Linie 2537 Å ergaben eine viel schlechtere Übereinstimmung mit der LORENTZ-LENZschen Verteilung (besonders im Fall der Eigendruckverbreiterung!).

Es sei noch eine Arbeit von REINSBERG (*32*) erwähnt, die eine direkte Übertragung der LORENTZ-LENZschen Ideen in die Wellenmechanik bildet. Es wurden dort die Wirkungsquerschnitte auf Grund der wellenmechanischer Stosstheorie berechnet.**

§ 2. *Wellenmechanische Theorie der Linienverbreiterung*

Das Ziel der vorliegenden Untersuchung ist, eine konsequente wellenmechanische Theorie der Linienverbreiterung zu entwickeln. Wie man aus der im § 1 durchgeführten Besprechung der bisher erschienenen Arbeiten ersieht, ist eine solche Theorie noch nicht vorhanden. Als Grundforderung nehmen wir an: eine derartige Theorie soll im engsten Anschluss an die wellenmechanische Theorie der Bandenintensitätsverteilung entwickelt werden. Es ist dabei wichtig, alle eventuell gemachten Vernachlässigungen klar hervorzuheben.

Wir setzen voraus: in einem Gefässe, dessen Volumen V ist, befindet sich ein einziges S.-Atom und N Störatome (wir betrachten den Fall der zu vernachlässigbaren Störung durch die Eigengasatome—die Betrachtung eines einzigen S.-Atoms ist also berechtigt). Dies S.-Atom bildet gemeinsam mit den N Störatomen ein System, das wir gewissermassen

---

* Diese Ergebnisse dürfen wohl als ein grosser Erfolg der sich auf dem F.-C.-P. stützenden Theorie angesehen werden.

** Es seien hier noch die zahlreichen experimentellen Arbeiten von Chr. FÜCHTBAUER und seinen Mitarbeitern über die Verschiebung und die Verbreiterung von Spektrallinien nicht unerwähnt gelassen, z. B. (*8*) und (*7*). In der letzten Arbeit findet man das Literaturverzeichnis der früheren Arbeiten, die zum Teil in Zusammenhang mit den theoretischen Arbeiten von E. FERMI und C. REINSBERG unternommen wurden. Die Druckefekte an den Emissionslinien haben ROMPE (*33*), KREFFT und ROMPE (*13*), KUHN und OLDENBERG (*17*) und HAMADA (*10*) im Zusammenhang mit der Potentialkurvendeutung der Linienverbreiterung untersucht.

als ein $N + 1$-atomiges Molekül betrachten können. Bezeichnen wir mit $\Psi(E, q, r)$ und $\Psi'(E', q, r)$ die totalen Eigenfunktionen für zwei miteinander kombinierenden Anregungszustände des S.-Atoms, wobei E und E' die Energiewerte, q die Gesamtheit der Elektronenkoordinaten und r die Koordinaten aller Kerne bedeuten, so ist die Übergangsamplitude (Matrixelement) für den Übergang $E \longleftrightarrow E'$ bei richtiger Normierung gleich

$$D_{EE'} = \int \ldots \int \Psi'^*(E', q, r)\, D \Psi(E, q, r)\, d\tau, \tag{10}$$

wo D das elektrische Moment des Systems bedeutet.

Bei Verwendung der Eigendifferentiale würde statt (10) das Integral

$$D_{EE'} = \lim_{\substack{\Delta E \to 0 \\ \Delta E' \to 0}} \frac{1}{\Delta E \Delta E'} \int D \int_{E'}^{E'+\Delta E'} \Psi'(E', q, r) dE' \int_{E}^{E+\Delta E} \Psi(E, q, r)\, dE\, d\tau.$$

zu benutzen sein (*6*).

Da die genaue Konstruktion einer totalen Eigenfunktion praktisch nicht durchführbar zu sein scheint, möge hier die CONDONsche Näherung angewendet werden, nach welcher die Elektroneneigenfunktionen $\Psi_e(E_e, q)$ bzw. $\Psi_e'(E'_e, q)$ in erster Näherung als von Kernkoordinaten r unabhängige Funktionen betrachtet werden dürfen.

Es gilt also

$$\left.\begin{aligned} \Psi(E, q, r) &= \Psi_e(E_e, q)\, \Psi_k(E_k, r), \\ \Psi'(E', q, r) &= \Psi'_e(E'_e, q)\, \Psi'_k(E'_k, r), \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

wo $\Psi_k(E_k, r)$ bzw. $\Psi_k(E'_k, r)$ die zu den Kernbewegungen zugehörigen Eigenfunktionen sind; E_e und E_k bedeuten die Elektronen- und die Kernbewegungsenergie. Es ist also:

$$E = E_e + E_k$$

und (12)

$$E' = E'_e + E'_k.$$

Aus (10) ergibt sich dann:

$$D_{EE'} = \int \Psi_e'^*(E'_e, q) D \Psi_e(E_e, q)\, d\tau_q \int \Psi'_k(E'_k, r)\, \Psi_k(E_k, r)\, d\tau_r =$$

$$= M \int \Psi'_k(E'_k, r)\, \Psi_k(E_k, r)\, d\tau_r, \tag{13}$$

wo M von r unabhängig ist. In der zweiten Näherung wird M als lineare Funktion von r betrachtet.*

Da die Bewegungszustände der Kerne dem kontinuierlichen Gebiet angehören, so müssten eigentlich statt der Eigenfunktionen in (10) und (13), wie gesagt, die Eigendifferentiale benutzt werden. Wir werden jedoch einen anderen Weg einschlagen, der die Benutzung der Eigendifferentiale zu vermeiden erlaubt. Da die Wahrscheinlichkeit, ein Störatom ausserhalb des Gefässes zu finden, gleich Null ist, so dürfen wir die Randbedingung $\Psi_k(E_k, r) = 0$ an den Gefässwänden vorschreiben. Dadurch wird das Energiespektrum diskret. Infolge ausserordentlich grosser Niveaudichte ist diese Diskontinuität *in praxi* belanglos.

Die Eigenfunktionen $\Psi_k(E_k, r)$ und $\Psi'_k(E'_k, r)$ sind Lösungen der SCHRÖDINGERgleichung, die sich nach der Abspaltung der Bewegung des Schwerpunktes des Systems ergibt:**

$$\left\{\frac{\hbar^2}{2\mu}\sum_l \Delta_l + \frac{\hbar^2}{m}\sum_{l<k}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_l \partial x_k} + \frac{\partial^2}{\partial y_l \partial y_k} + \frac{\partial^2}{\partial z_l \partial z_k}\right) + E - V\right\}\Psi = 0, \quad (14)$$

wo μ die reduzierte („effektive") Masse eines Störatoms $\left(\mu = \dfrac{m_l m}{m_l + m}\right)$, m die Masse des S.-Atoms bedeutet und x_l, x_k u. s. w. die Relativkoordinaten der Störatomschwerpunkte in bezug auf das mit dem S.-Atom verbundene Koordinatensystem sind. Da die Bewegungen der Störatome (klassisches Gas!) vollkommen voneinander unabhängig sind, so ist anzunehmen, dass in der zweiten Summe gleichviele Glieder vom gleichen absoluten Betrag, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen auftreten. Diese Summe verschwindet also im Mittel.*** Setzen wir noch die Additivität der potentiellen Ener-

* Die nach der ersten CONDONschen Näherung von A. S. COOLIDGE, H. M. JAMES und R. D. PRESENT *(4)* berechnete Intensitätsverteilung des Wasserstoffkontinuums stimmt sehr schlecht mit der beobachteten Intensitätsverteilung überein. Die Übereinstimmung wurde erst durch Anwendung der zweiten Näherung erziehlt. Alle früheren Untersuchungen (z. B. *11, 2)* ergaben schon bei der Anwendung der ersten Näherung eine gute Übereinstimmung mit der Erfahrung.

** Vgl. z. B. H. BETHE *(1)*, S. 371.

*** Dies gilt jedoch vermutlich nicht ganz genau. Es ist nämlich zu erwarten, dass die Summe der gemischten Differentialquotienten in der unmittelbaren Nähe des S.-Atoms nicht exakt verschwindet. Dies rührt daher, dass bei Mehrfachstössen die Bewegungen der einzelnen Stosspartner die Bewegung des S.-Atoms und der anderen Stosspartner beeinflussen. Die Bewegungen sind also eigentlich nicht voneinander unabhängig. Die gegenseitige Beeinflussung spielt nur dann eine Rolle, wenn g l e i c h z e i t i g zwei oder mehr Störatome s e h r n a h e (ins Gebiet des kernnahen Abstossungsastes der Potentialkurven) an das S.-Atom kommen. Da s o l c h e Mehrfachstösse viel seltener vorkommen, als die gleichzeitigen Passagen mehrerer Störatome mit grösseren Stossparametern, so scheint es plausibel zu sein, dass die Vernachlässigung der Doppelsumme in (14) nicht zu grösseren Fehlern Anlass geben kann. Auf die erwähnte Schwierigkeit hat mich Herr MROZOWSKI freundlicherweise aufmerksam gemacht.

gien $V_i(r)$ (r der Abstand des i-ten Störatoms vom S.-Atom) voraus, so erhalten wir durch Einsetzen von

$$\Psi = \prod_i^N \Psi_i \tag{15}$$

N Gleichungen:*

$$\left(\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_i + E_i - V_i(r)\right)\Psi_i = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots\ldots N, \tag{16}$$

deren jede das Verhalten eines bestimmten Störatoms in bezug auf das S.-Atom beschreibt.

Sind alle Störatome identisch, so können sich die Gleichungen doch durch die potentielle Energie $V(r)$ unterscheiden und zwar im Falle, dass sich wenigstens einer der beiden „Stosspartner" nicht im Zustand S_0 befindet. Den verschiedenen in diesem Falle auftretenden Quantenzahlen Ω entsprechen bekanntlich verschiedene $V(r)$. Alle Störatome sind dann in Gruppen proportional zu den Gewichten der Ω - Zustände einzuteilen.** Dieser für die praktische Durchführung der Rechnung wichtiger Umstand ändert nichts an unseren allgemeinen Überlegungen, wir begnügen uns daher mit dieser Bemerkung, ohne darauf im folgenden nochmals die Aufmerksamkeit lenken zu brauchen.

Setzen wir $\varkappa^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2}$ und $U(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r)$ (die Indizes lassen wir von jetzt ab weg), so erhalten wir statt (16):

$$\Delta\Psi + [\varkappa^2 - U(r)]\,\Psi = 0. \tag{17}$$

Die Lösung dieser Gleichung lautet bekanntlich***

$$\Psi_\varkappa = \sum_{l=0}^{\infty} A_l P_l(\cos\Theta)\, L_{\varkappa l}(r)\,, \tag{18}$$

wo $P_l(\cos\Theta)$ die zonalen Kugelfunktionen (LEGENDREsche Polynome)**** und $L_{\varkappa l}(r)$ Lösungen der Gleichungen

---

* Entsprechend unserer Voraussetzung finden die Bewegungen einzelner Kerne unabhängig voneinander statt, $\Psi = \prod_i \Psi_i$ soll also nicht symmetrisiert bzw. antisymmetrisiert werden. Die Stösse der Störatome untereinander spielen für unser Problem keine Rolle, dürfen also ausser Betracht gelassen werden. Ebenso vernachlässigen wir die gegenseitige Wechselwirkungsenergie der Störatome untereinander. Die letzte Vernachlässigung kann jedoch bei simultanen Mehrfachstössen eine Rolle spielen.

** Vgl. *(12)* und besonders *(15)*.

*** Vgl. z. B. *(30)*.

**** Die zonalen Kugelfunktionen ergeben sich falls, wie bei uns, die potentielle Energie $V(r)$ von den Winkelkoordinaten nicht abhängig ist.

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dL_{\varkappa l}}{dr}\right)+\left(\varkappa^2-U(r)-\frac{l(l+1)}{r^2}\right)L_{\varkappa l}=0,\ (l=0,1,2\ldots\infty) \quad (19)$$

sind. Durch Substitution $L_{\varkappa l}(r)=\frac{G_{\varkappa l}(r)}{r}$ erhält man

$$\frac{d^2G_{\varkappa l}}{dr^2}+\left[\varkappa^2-U(r)-\frac{l(l+1)}{r^2}\right]G_{\varkappa l}=0. \quad (20)$$

Jede Eigenfunktion $L_{\varkappa l}$ (bzw. $G_{\varkappa l}$) beschreibt das Verhalten eines Störatoms mit der Relativenergie $E=\frac{\hbar^2\varkappa^2}{2\mu}$ und mit dem Impulsmoment $\sqrt{l(l+1)}\hbar$. Da im allgemeinen $U(r)\neq U'(r)$ ist (die sich auf den erregten Zustand des S.-Atoms beziehenden Grössen seien mit einem Strich versehen), so sind $L_{\varkappa l}$ im allgemeinen nicht zu $L'_{\varkappa' l'}$ orthogonal. Bildet man aus (18) ein Überlappungsintegral

$$\int\Psi_\varkappa\Psi'_{\varkappa'}d\tau=2\pi\int_0^\pi\int_0^\infty\sum_{l=0}^\infty\sum_{l=0}^\infty A_lA'_{l'}P_l(\cos\Theta)P_{l'}(\cos\Theta)L_{\varkappa l}(r)L'_{\varkappa' l'}(r)r^2\sin\Theta d\Theta dr,$$

so sieht man, dass in der Doppelsumme alle Glieder mit $l\neq l'$ infolge der Orthogonalität von P_l $(\cos\Theta)$ verschwinden. Dies ist eine Eigenschaft (und zwar vermutlich ein Nachteil) der CONDONschen Näherung. Diese Näherung lässt ausschliesslich Übergänge ohne Impulsmomentänderung zu. Im Falle der Bandenspektren würde danach nur der Q-Zweig auftreten können. Dieser Mangel der CONDONschen Näherung scheint keine grössere Bedeutung für Linienverbreiterungstheorie zu haben. Es unterscheiden sich nämlich $L_{\varkappa l}$ und $L_{k,l\pm 1}$ für grössere l nur sehr wenig voneinander und gerade die „Stösse" mit grösseren l kommen häufiger vor.*

Die Gl. (19) lässt sich durch die K.-W.-B. - Näherungslösung befriedigen:**

$$r\,L_{\varkappa l}=\begin{cases}\dfrac{c}{\sqrt{p_{\varkappa l}(r)}}e^{-\frac{1}{\hbar}\int_r^{r_0}|p_{\varkappa l}(r)|\,dr}, & \text{für } r<r_0\\[2ex] \dfrac{c}{\sqrt{p_{\varkappa l}(r)}}2\cos\left[\dfrac{1}{\hbar}\int_{r_0}^{r}p_{\varkappa l}(r)\,dr-\dfrac{\pi}{4}\right], & \text{für } r>r_0\end{cases} \quad (22)$$

* Näheres hierüber weiter unten.

** Vgl. z. B. *(31)*, S. 173. Analog der Gl. (4) kann die Lösung für $r>r_0$ als imaginäre Exponentialfunktion geschrieben werden.

wo $p_{\varkappa l}(r) = \sqrt{\varkappa^2 - U(r) - \frac{l(l+1)}{r^2}}$, also die radiale Komponente des Impulses (Komponente nach der Kernverbindungslinie der Stosspartner), bedeutet und r_0 (klassischer Umkehrpunkt) der Abstand der Stosspartner ist, der sich aus der Bedingung $p_{\varkappa l}(r) = 0$ ergibt. Diese Näherung versagt in der Umgebung von r_0. Für grosse r, für welche $U(r) + \frac{l(l+1)}{r^2} \ll \varkappa^2$ ist, * gilt die asymptotische Lösung: **

$$\underset{r \gg r_0}{L_{\varkappa l}} = \frac{c}{r} \sin\left(\varkappa r - \frac{l\pi}{2} + \eta_l\right), \tag{23}$$

wobei η_l die Phasenverschiebung bedeutet. ***

Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass sich das S.-Atom im Schwerpunkt des Systems, d. h., in der Mitte eines kugelförmigen Gefässes vom Radius R befindet. Dann können die Niveauabstände nach (23) leicht näherungsweise berechnet werden. Die Randbedingung lautet: $L_{\varkappa l}(r)$ soll für $r = R$ verschwinden. Es gilt also:

$$\varkappa R - \frac{l}{2}\pi + \eta_l = n\pi, \tag{24}$$

wo n eine ganze Zahl ist. Daher ist die Energie eines Störatoms mit der Impulsmomentquantenzahl l gleich

$$E_l = \frac{\varkappa^2 \hbar^2}{2\mu} = \frac{\hbar^2 \left(n\pi + \frac{l}{2}\pi - \eta_l\right)^2}{2\mu R^2} \tag{25}$$

und daraus für die hier in Betracht kommenden grossen n erhält man

$$\frac{dn}{dE_l} = \frac{\sqrt{2\mu}\, R}{2\hbar\pi\sqrt{E_l}} + \frac{d\eta_l}{dE_l}. \tag{26}$$

Das zweite Glied der rechten Seite ist von R unabhängig und ist für genügend grosse R vernachlässigbar klein im Vergleich mit dem ersten (wegen der Berechnung von η_l vgl. die Arbeit von MASSEY und MOHR *(28)*). (26) gibt die Zahl der zur Impulsmoment $\sqrt{l(l+1)}\,\hbar$ angehörigen Energieniveaus pro Energieeinheit an. Durch Multiplikation mit h bzw. mit hc findet man die Zahl der Niveaus pro sec^{-1} bzw. pro cm^{-1}. Diese Berech-

* In unserem Fall für r grösser als etwa 10^{-7} *cm*.

** Vgl. z. B. *(30)* oder *(36)*, S. 710.

*** Vgl. z. B. die Berechnung der Phasenverschiebungen für die hauptsächlich in Frage kommenden v. d. WAALS-LONDONschen Kräfte bei H. S. W. MASSEY und C. B. O. MOHR *(28)*.

nung der Niveaudichte gilt für R, die gross sind im Vergleich mit dem Bereich von r, in welchem $U(r)+\frac{l(l+1)}{r^2}$ neben $\varkappa^2$ nicht zu vernachlässigen ist ($R \gg 10^{-7}$ *cm*).

Einen Ausgangspunkt zur Berechnung der Intensitätsverteilung bildet das Überlappungsintegral:

$$\int_0^R \dots \int_0^R \prod_\iota^N L_{\iota nl} L_{\iota n'l} r_\iota^2 dr_1 \dots dr_N = \prod_\iota^N \int_0^R G_{\iota nl} G'_{\iota n'l} dr_\iota, \tag{27}$$

wobei die Zahl der Störatome im bestimmten Ausgangszustand n, l aus der klassischen Gastheorie zu entnehmen ist (vgl. weiter unten). Das Quadrat von (27) ist dem Produkt

$$\prod_\iota^N P_{\iota nn'l} = \prod_\iota^N \left| \int_0^R G_{\iota nl}(r)\, G'_{\iota n'l}(r)\, dr \right|^2 \tag{28}$$

gleich. Jedes $P_{\iota nn'l}$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Störatom, welches sich zunächst im Zustand n, l befunden hat, dank dem Elektronensprunge in den Zustand n', l übergeht. Das gesamte Produkt stellt also die Wahrscheinlichkeit dar, dass gleichzeitig in allen Störatomen die durch die Indizes angegebene Zustandsänderung vorkommt. Die Funktionen $G_{\iota nl}(r) = r L_{\iota nl}(r)$ sind gemäss

$$\int_0^R \left| G_{\iota nl}(r) \right|^2 dr = 1 \tag{29}$$

zu normieren. Die Bedingung (29) bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit, ein bestimmtes Störatom irgendwo zwischen $r=0$ und $r=R$ aufzufinden, gleich Eins ist. Da $G_{\iota nl}(r)$ und $C \sin(\varkappa r - \frac{l\pi}{2} + \eta_l)$ nur innerhalb eines sehr kleinen Bereiches sich merklich voneinander unterscheiden, genügt es die asymptotische Funktion (23) nach der Bedingung (29) zu normieren. $G_{\iota nl}(r)$ sei dann so normiert, dass es bei grossen r in die normierte asymptotische Lösung (23) übergeht.

Es sei also

$$C^2 \int_0^R \sin^2(\varkappa r - \frac{\pi l}{2} + \eta_l) dr = C^2 \frac{R}{2} = 1,$$

woraus sich

$$C = \sqrt{\frac{2}{R}} \tag{30}$$

ergibt. Aus (30) ersieht man leicht, dass $P_{lnn'l}$ *caeteris paribus* dem Quadrat des Gefässradius umgekehrt proportional ist. Wir werden aber im weiteren sehen, dass das Endresultat, wie es von jeder einigermassen vernünftigen Linienverbreiterungstheorie zu erwarten ist, von den Gefässdimensionen, falls sie nicht zu klein sind, unabhängig ist. Wir wollen jetzt

$$P_{lnn'l} = \frac{A_{lnn'l}}{R^2} \tag{31}$$

setzen, wo $A_{lnn'l}$ gleich $P_{lnn'l}$ für $R = 1$ ist.

Diese relative Übergangswahrscheinlichkeit (31) mit $\frac{dn}{dE}$ (26) multipliziert ergibt (wenn wir das zweite Glied in (26) vernachlässigen) die Wahrscheinlichkeitsverteilung in der Energieskala:

$$P_{lEE'l} = \frac{A_{lEE'l}}{R} \frac{\sqrt{\mu}}{\hbar\pi\sqrt{2E_l}}. \tag{32}$$

$P_{lEE'l}$ ist also *caeteris paribus* zu R umgekehrt proportional. E und E' sind den Zuständen n und n' entsprechende Energiewerte der Bewegungen der Störatome.

Man muss nun die Besetzungszahl des Ausgangszustandes E, l berechnen. Betrachten wir zunächst den Fall von so grossen l, dass $\hbar^2 l(l+1)$ nach l differentiiert werden darf. Setzen wir den klassischen Impulsmoment dem quantentheoretischen gleich, so erhalten wir:

$$\hbar^2(2l+1)dl = 2\mu E_l \,.\, 2\rho d\rho\,, \tag{33}$$

wo ρ den „Stossparameter", also die kleinste Entfernung der Flugrichtung vom S.-Atom, bezeichnet.

Es seien nun

$$N' \frac{\sqrt{E}}{(\pi kT)^{3/2}} e^{-\frac{E}{kT}} dE\,; \left(N' = \frac{N}{V}\right) \tag{34}$$

Störatome,* deren Relativenergie zwischen E und $E + dE$ enthalten ist, in der Volumeneinheit vorhanden. Die Zahl der Atome mit der erwähnten Relativenergie, welche ein Impulsmoment im Intervall $(\sqrt{2\mu E}\,\rho, \sqrt{2\mu E}\,(\rho + d\rho))$ besitzen, ist gleich

* Gl. (34) ist der klassischen Gastheorie entnommen.

$$N' \frac{\sqrt{E}}{(\pi k T)^{3/2}} e^{-\frac{E}{kT}} \frac{2\pi\rho d\rho}{4\pi r^2} dE dV, \tag{35}$$

Der obige Wert folgt aus (34) nach Multiplikation mit dem durch 4π dividierten Öffnungswinkel, unter welchem die senkrecht zur Blickrichtung r stehende Fläche $2\pi\rho d\rho$ aus einem um r entfernten Volumelement dV zu sehen ist. Durch Integration über das ganze Gefässvolumen (mit Ausnahme einer kleinen das S.-Atom enthaltenden Kugel vom Radius $r' \sim 10^{-7}$ *cm*) ergibt sich:

$$N' \frac{\sqrt{E}}{(\pi k T)^{3/2}} e^{-\frac{E}{kT}} dE\, 2\pi\rho d\rho \int_{r'}^{R} dr. \tag{36}$$

Für die in Betracht kommenden Stossparameter ($\rho < 10$ Å) kann das Integral gleich R gesetzt werden. Unter Berücksichtigung von (33) erhält man die Zahl der Störatome mit der Energie innerhalb $E, E + \Delta E$ und mit der Impulsmomentquantenzahl l:

$$m_{(E, E+\Delta E), l} = \frac{\pi N'}{2} \int_{E}^{E+\Delta E} \frac{e^{-\frac{E}{kT}}}{(\pi k T)^{3/2}} \frac{(2l+1)}{\mu \sqrt{E}} \hbar^2 R dE. \tag{37}$$

Das Intervall ΔE muss so schmal gewählt werden, dass innerhalb dieses Intervalls die Grösse $A_{EE'l}$ (32) als konstant betrachtet werden darf.

In (37) sind nur $E \geqq r'^2 \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu}$ zu berücksichtigen, wo $r' \approx 10^{-7}$ *cm* die praktische obere Grenze der Reichweite der Molekularkräfte bedeutet. Es sind nämlich nur diese Energien von Bedeutung, da für kleinere E der Umkehrpunkt r_0 ausserhalb der Wirkungsreichweite der Molekularkräfte liegt; es muss also diesfalls $A_{EE'l}$(32) für $E \neq E'$ verschwinden. $E = 0$ kommt überhaupt nicht in Betracht, da diesem Eigenwert entsprechende Eigenfunktion überall verschwindet.

Der Ausdruck (37) gibt die Anzahl der im Produkt (vgl. (28))

$$\prod_{i}^{N} P_{iEE'l}(E' - E) \tag{38}$$

($0 \leqq E < \infty$ und $l = 0, 1, 2, \ldots\ldots \infty$) auftretenden Faktoren, die dem Ausgangszustand $(E, E + \Delta E), l$ entsprechen.

Es ist nun leicht einzusehen, dass $P_{EE'l}$ ein sehr ausgeprägtes Maximum bei $E = E'$ besitzen muss und $P_{EE'l} \ll P_{EEl}$ für jedes $E' \neq E$ ist, woraus folgt,

dass die Wahrscheinlichkeit irgendwelcher Energieänderung $x = E' - E \neq 0$ der Störatombewegung sehr klein ist. *

Die Verteilungsfunktion $P(x)$ hat also etwa die Form:

$$\int_{x}^{x+\Delta x} P(x)\mathrm{d}x = \int_{x}^{x+\Delta x} [\delta(x)(1-\varepsilon) + W(x)]\,\mathrm{d}x\,, \tag{39}$$

wobei

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [\delta(x)(1-\varepsilon) + W(x)]\,\mathrm{d}x = 1 \tag{40}$$

und

$$\varepsilon = \int_{-\infty}^{+\infty} W(x)\,\mathrm{d}x \ll 1 \tag{41}$$

ist.

Das, was uns eigentlich interessiert, ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der den Elektronensprung begleitenden gesamten Änderung der Bewegungsenergie aller N Störatome. Für die Ausrechnung teile man zunächst alle Faktoren des Produktes (38) in Gruppen. Zu jeder Gruppe seien alle zum gleichen l und zum schmalen Energieintervall ΔE zugehörigen Faktoren zusammengefasst (die Anzahl verschiedener l-Gruppen, welche für ein bestimmtes ΔE von praktischer Bedeutung sind, ist eine endliche Grösse und offenbar vom Gefässradius vollkommen unabhängig). Nachher berechne man die Verteilung der Gesamtenergieänderung in jeder der Gruppen und daraus die zu allen E, l-Gruppen gehörige Verteilung.

Man gehe nun zur Berechnung der Gesamtverteilungsfunktion aus (38) folgendermassen vor. Es sei x'_2 die algebraische Summe der Energieänderungen irgendwelcher zweier Störatome, z. B. des ersten und des zweiten Störatoms (wir denken uns alle Störatome durchnumeriert), es ist also $x'_2 = x_1 + x_2$. In dem Produkt (38), das wir jetzt einfacher in der Form

---

* Teilen wir nämlich das ganze Integrationsgebiet der Überlappungsintegrale (28) in zwei Teilgebiete: 1) $0 \leqq r \leqq r'$, in welchem $U(r) \neq U'(r)$ ist und 2) $r' \leqq r \leqq R$, in welchem $U(r)$ und $U'(r)$ praktisch verschwinden und die asymptotische Lösung eine gute Näherung darstellt. Für $P(x)$ mit $x \neq 0$ liefert praktisch nur das Integrationsgebiet $0 \leqq r \leqq r'$ einen von Null verschiedenen Beitrag zu $P(x)$, für $P(x) = P(0)$ dagegen praktisch ausschliesslich das Gebiet $r' \leqq r \leqq R$. Da *in praxi* $r \ll R$ ist und die Eigenfunktionen mit abnehmendem r im Mittel nicht ausserordentlich stark anwachsen, so ist die oben erwähnte Ungleichung $P(x) \ll P(0)$ immer erfüllt.

$$\prod_{l}^{N} P_l(x_l) \tag{42}$$

schreiben wollen, setzen wir $x_2 = x'_2 - x_1$ und integrieren das Produkt nach x_1 von $-\infty$ bis $+\infty$. Dadurch wird x_1 im (42) zum Verschwinden gebracht. Weiter setze man $x_3 = x'_3 - x'_2$ und integriere nach x'_2 und so fort bis zu $i = N - 1$. Nach der Ausführung aller dieser Integrationen erhalten wir die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion der gesamten Energieänderung. Die Bedeutung der sich schrittweise ergebenden Funktionen braucht wohl nicht näher erläutert werden.

Haben die $P(x)$ die Form (39), so ist (42) gleich

$$\int\limits_{\Delta x_1} \cdots \int\limits_{\Delta x_N} \Big[\prod_{l} \delta(x_l)(1-\varepsilon_l) + \sum_{l} W_l(x_l) \prod_{j \neq l} \delta(x_j)(1-\varepsilon_j) + $$

$$+ \frac{1}{2!} \sum_{l} \sum_{j \neq l} W_l(x_l)\, W_j(x_j) \prod_{k \neq l,\, j} \delta(x_k)(1-\varepsilon_k) +$$

$$+ \frac{1}{3!} \sum_{l} \sum_{j \neq l} \sum_{k \neq l, j} W_l(x_l)\, W_j(x_j)\, W_k(x_k) \prod_{l \neq l,\, j,} \delta(x_l)(1-\varepsilon_l) + \ldots\ldots \Big]\, dx_1 dx_2 \ldots dx_N. \tag{43}$$

Die sich nach dem oben angeführten Verfahren ergebende Verteilungsfunktion der Gesamtenergieänderung x lautet:

$$\int\limits_{\Delta x} P(x)\, dx = \int\limits_{\Delta x} \Big[\delta(x) \prod_{l} (1-\varepsilon_l) + \sum_{l} W_l(x) \prod_{j \neq l} (1-\varepsilon_j) +$$

$$\frac{1}{2!} \sum_{l} \sum_{j \neq l} W_{lj}(x) \prod_{k \neq l,\, j} (1-\varepsilon_k) + \frac{1}{3!} \sum_{l} \sum_{j \neq l} \sum_{k \neq l,\, j} W_{ljk}(x) \prod_{l \neq l,\, j,\, k} (1-\varepsilon_l) + \ldots\ldots \Big]\, dx, \tag{44}$$

wo $W_{lj}(x)$ aus $W_{lj}(x'_j) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} W_l(x_l)\, W_j(x'_j - x_l)\, dx_l$ durch sukzessive Integration von $W_{lj}(x'_j) \prod\limits_{k \neq l,\, j} \delta(x_k)$ nach x_k entstanden ist. Auf ähnliche Weise ergibt sich $W_{ljk}(x)$ aus $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \Big[\int\limits_{-\infty}^{+\infty} W_l(x_l)\, W_j(x'_j - x_l)\, dx_l \Big]\, W_k(x'_k - x'_j)\, dx'_j$ u. s. w.

Das erste Glied der Summe (44) ist nur für die Wahrscheinlichkeit der Energieänderung $x = 0$ von Bedeutung. Die einfache Summe gibt den

den Einfachstössen zu verdankenden Anteil an die Gesamtwahrscheinlichkeit an. Die Doppelsumme gehört den simultanen Stössen zweier Störatome mit dem S.-Atom zu u. s. w.*

Innerhalb einer Gruppe der zu gleichem l und E zugehörigen Faktoren, sind alle W_l und alle ε_l einander gleich. Besteht eine Gruppe aus m Faktoren, so ist nach (44) die Verteilungsfunktion für diese Gruppe:

$$\int\limits_{\Delta x} P_{E,l}(x)\,dx = \int\limits_{\Delta x} \Big[\delta(x)(1-\varepsilon)^m + \frac{m}{1!} W_1(x)(1-\varepsilon)^{m-1} + \frac{m(m-1)}{2!} W_2(x)(1-\varepsilon)^{m-2} + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!} W_3(x)(1-\varepsilon)^{m-3} + \ldots\Big]\,dx, \tag{45}$$

wo W_l durch W_1, W_{lj} durch W_2 u. s. w. ersetzt ist.

Es bleibt nur übrig, aus den Verteilungsfunktionen für einzelne Gruppen eine totale Verteilungsfunktion $P(x)$ für alle zu berücksichtigenden ι und Energieteilgebiete ΔE nach dem oben angegebenen Verfahren zu konstruieren.

Die Intensitätsverteilung in einer Absorptionslinie ist dann durch

$$J(\hbar\omega + x) = P(x) \tag{46}$$

gegeben. Die Intensitätsverteilung einer Emissionslinie ist dementsprechend:**

$$J'(\hbar\omega - x) = P'(x). \tag{47}$$

---

* Es lässt sich leicht zeigen, dass $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} P(x)dx = 1$ ist, wie es der Bedeutung von $P(x)$ nach zu verlangen ist. Es ist nämlich $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} W_l(x)dx = \varepsilon_l$, $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} W_{lj}(x)dx = \varepsilon_l\varepsilon_j$ u. s. w. (Die Funktionen $W_l(x)$ erfüllen bestimmt die Bedingungen für die Vertauschbarkeit der Integrationsfolge. Daher ist $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Big[\int\limits_{-\infty}^{+\infty} W_l(x_l)\,W_j(x'_l - x_l)dx_l\Big]dx_j = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} W_l(x_l)\,\varepsilon_j\,dx_l = \varepsilon_l\varepsilon_j$.) Die rechte Seite von (44) ist also nach der Ausführung der Integration gleich $\prod\limits_l [(1-\varepsilon_l)+\varepsilon_l] = 1$.

** E und E' spielen diesenfalls eine umgekehrte Rolle. Da nach dem Elektronensprung die Verteilungsfunktion der Kernbewegungsenergie nicht genau der normalen Verteilung gleich ist, so ist die Intensitätsverteilung in der Emissionslinie, wie man leicht sieht, mit derjenigen in der Absorptionslinie im Allgemeinen nicht ganz identisch. (Trotz der Gleichheit von $A_{EE'}(x)$ und $A_{E'E}(-x)$!) Es ist also $P(x)$ nur angenähert gleich $P'(-x)$.

Hier bedeuten ω die ungestörten Frequenzen des S.-Atoms. Die Verschiebung des Intensitätsmaximums bzw. des „Intensitätsschwerpunktes" der Linien hängt von der Gestalt einzelner $W_l(x_l)$ ab. Ohne Kenntnis dieser Verteilungsfunktionen kann die Frage nach der Druckverschiebung nicht näher diskutiert werden.

Von einer einigermassen vernünftigen Linienverbreiterungstheorie ist zu verlangen, dass das Endresultat für genügend grosse Gefässradien R nicht von R abhängig sein soll. Da die Anzahl der zu berücksichtigenden l, E-Gruppen von R unabhängig ist, kann das Endresultat höchstens durch die Änderung der Verteilungsfunktionen einzelner l, E - Gruppen in Abhängigkeit von R beeinflusst werden. Wie aber leicht zu zeigen ist, sind auch die Verteilungsfunktionen (45) praktisch von R unabhängig (für $R \gg r_0$). Es ist nämlich m nach (37) zu R proportional. Es gilt ausserdem (nach (32)) $W_1 \approx \frac{1}{R}$, $W_2 \approx \frac{1}{R^2}$ u. s. w. Daher ist $\frac{m(m-1)\ldots(m-i)}{i!} W_i \approx \frac{m^i}{i!} W_i$ für $m \gg i$ von R unabhängig. Was die Faktoren $(1-\varepsilon)^{m-i}$ anbelangt, so sind sie für $\varepsilon \ll l$ und $i \ll m$ mit grosser Annäherung gleich $(1-\varepsilon)^m$. Nach (41) und (32) ist $\varepsilon \sim \frac{1}{R}$ und da (bei konstanter Gasdichte) $m \sim R$ (vgl. Gl. (37)) ist, so folgt $(1-\varepsilon)^m = \left(1-\frac{C_1}{R}\right)^{C_2 R} \approx e^{-C_1 C_2}$, wo C_1, C_2, von R unabhängige Grössen sind.

Ohne die $W_l(x)$ explizite zu berechnen, darf man wohl annehmen, dass für genügend grosse x die Grösse $W(x)$ mit wachsendem x ziemlich schnell (wenn auch nicht notwendig monoton) abnimmt. Ausserdem gilt $W_1(x) > W_2(x) > W_3(x)$......* Für bestimmte Gefässdimensionen und eine bestimmte Temperatur sind W_l und ε ganz bestimmte, nur von der Natur der beiden Gasen abhängige, Grössen. Ist die Gasdichte, also m, klein genug, so überwiegt, besonders bei grossen x, in (45) das Glied $m W_1(x)(1-\varepsilon)^{m-1}$. Es spielen in diesem Bereich von x und m die Einzelstösse die ausschlaggebende Rolle. Mit wachsendem m vergrössert sich jedes weitere Glied der Summe (45) desto stärker, je weiter es sich vom Anfang der Summe befindet. Wächst nun m weiter zu, so nimmt zunächst die Ableitung des zweiten Gliedes negative Werte an. Bei weiterer Vergrösserung von m werden die Ableitungen der weiteren Glieder der Reihe nach negativ (das erste Glied nimmt stets mit wachsendem m ab). Es ist daraus ersichtlich, dass je höher die Störgasdichte ist, desto grössere Rolle die simultanen Stösse mehrerer Störatome mit dem S.-Atom spielen. Bei kleineren Dichten

---

* Infolge der in diesen Grössen auftretenden Faktoren $\frac{1}{R}$, $\frac{1}{R^2}$, $\frac{1}{R^3}\cdots$

genügt für grosse Energieänderungen x die Berücksichtigung der Einfachstösse. Deshalb ist die Berechnung der Intensitätsverteilung fern von der Linienmitte viel einfacher, als in der Umgebung der Linienmitte. Es ist hier zu erinnern, dass wir die zwischen den Störatomen wirkende Kräfte vernachlässigt haben. Diese Kräfte dürfen wohl bei Mehrfachstössen eine Rolle spielen, indem sie den Verlauf der Eigenfunktionen der einzelnen Störatome stören. *

Zur genaueren Berechnung der Linienform sind numerische Integrationen der SCHRÖDINGERgleichungen (20) und der Überlappungsintegrale (27) erforderlich. Zum Teil sind auch die K.-W.-B.-Näherungslösungen zu benutzen. Da diese Aufgabe einen ungeheuer grossen Aufwand von Rechenarbeit erfordert, so scheint dies erst bei Benutzung etwa eines *„differential analyser's"* *(1)* realisierbar zu sein. Benutzt man statt $W_{El}(x)$ die Häufigkeitsverteilung für jede der l, E-Gruppen, so erhält man für grosse l und x die KUHNsche Verteilung (8) bzw. (9), wie es leicht zu zeigen ist.

Zum Schluss möge eine Bemerkung zu der WEISSKOPFschen *(34, 35)* Ableitung der klassischen Intensitätsverteilung aus der CONDONschen Näherung (worüber schon im §1 die Rede war) angeführt werden. Die sich aus den Näherungslösungen (23) ergebenden Überlappungsintegrale können nach dem WEISSKOPFschen Verfahren (vgl. Gl. (3) bis (7)) in die aus der klassischen Theorie sich ergebenden Integrale verwandelt werden, jedoch nur für $r > r_0$. In der Umgebung von r_0 versagt die Näherungslösung von K.-W.-B; ausserdem würde das Gebiet $r < r_0$ in einem solchen Integral fehlen, da es klassisch für die Störatome unerreichbar ist (die Eigenfunktionen sind auch bei der exponentiellen Schreibweise in diesem Gebiet reell). Eine Abschätzung der Fehlergrösse, die durch Weglassen der letztgenannten Gebiete entstehen würde, wäre vielleicht am einfachsten durch numerische Berechnung der Verteilungsfunktionen nach beiden Methoden und durch Vergleich der Resultate zu erzielen. Die Verwendung des Gesamtimpulses statt dessen radialen Komponente ist jedenfalls nicht zulässig (vgl. die Gl. (19) und (20)). Die von uns vorgeschlagene Behandlung der einzelnen Überlappungsintegrale weicht von der weiteren Behandlung des Integrals (1) in der klassischen Theorie** ab. Es sei jedoch bemerkt, dass falls für einzelne $P(x)$ bzw. für irgendwie gebildete Gruppen

* Es wurde mit seitens einiger Kollegen darauf hingewiesen, dass bei den Mehrfachstössen nur der Gesamtimpulsmoment, nicht aber der Impulsmoment jedes der Störatome quantisiert ist; ausserdem bleibt der Impulsmoment einzelner Atome bei solchen Stössen nicht erhalten. Der zweite Umstand scheint nicht wichtig zu sein, da im statischen Gleichgewicht gleichviele Atome in eine bestimmte l-Gruppe eintreten wie auch diese Gruppe verlassen. Der erste Umstand würde eine Durchbrechung der Auswahlregel $l \longleftrightarrow l$ (vgl. Gl. (21)) hervorrufen. Wegen weiterer Schwierigkeiten vgl. Fussnote ***, Seite 377.

** Vgl. z. B. (*35*).

von Faktoren im Produkt (38) die Dispersionsform sich ergeben würde, so würde auch die gesamte Verteilungsfunktion die Dispersionsform haben. Auf die Untersuchung der Frage nach der Grenzform der Linien bei sehr kleinen Störgasdichten und speziell nach der Übereinstimmung derselben mit der erwähnten Dispersionsform, sei hier verzichtet. Da die WEISSKOPFschen Überlegungen teilweise entkräftet zu sein scheinen, würde eine tiefere Untersuchung der eventuellen Korrespondenz zwischen der klassischen L.-L.-W. Theorie und der wellenmechanischen Theorie sehr wünschenswert.

Die Frage, ob die CONDONsche Näherung eine zur Berechnung der Form der verbreiterten Linie ausreichende Näherung bildet, kann nur durch das Experiment entschieden werden. Man darf von vorne herein vermuten, dass dies jedenfalls nicht für die verbotenen Übergänge der Fall sein wird.* Würde in manchen Fällen die erste CONDONsche Näherung nicht ausreichen, so ist die zweite Näherung (das dem Elektronensprung zugehörige Matrixelement gleich einer linearen Funktion des Stosspartnerabstandes) zu verwenden. Das bedeutet aber eine erhebliche Vergrösserung der erforderlichen Rechenarbeit.

Die Hauptschwierigkeiten der Berechnung der Linienform für Atomgemische sind folgende. Es ist die Berechnung einer grossen Menge von Eigenfunktionen, Überlappungsintegrale und Verteilungsfunktionen erforderlich (diese Arbeit würde durch Benutzung des oben erwähnten *„differential analyser's"* erheblich erleichtert), ausserdem aber ist der Verlauf des kernnahen Abstossungsastes für die hier in Betracht kommenden Fälle nicht näher bekannt. Die Rolle dieses Astes scheint jedoch nicht belanglos zu sein. Es liegen nämlich, nach Rechnungen von Frau LEWKOWICZ-MORKOWSKA, bei dem $Hg + A$-Gemisch alle Umkehrpunkte, für l kleiner als etwa 130 und für die der Temperatur $409^0 K$ entsprechende mittlere Relativgeschwindigkeit, schon innerhalb des Gebietes, im welchen die Wechselwirkungsenergie nicht mehr die v. d. WAALS-LONDONsche ist.**

Es sei an dieser Stelle dem Direktor des Instituts für Experimentalphysik der Josef Piłsudski Universität, Herrn Prof. Dr S. PIEŃKOWSKI, für das Interesse an dieser Arbeit bestens gedankt.

Streszczenie

Podano teorię rozszerzenia ciśnieniowego linii widmowych, opartą na konsekwentnym stosowaniu mechaniki falowej. Wszystkie znajdujące

---

* Vgl. den analogen Fall bei Molekülspektren (5).

** Beim Fehlen des Abstossungsastes der Potentialkurve würden diesfalls die Umkehrpunkte für $l < 130$ überhaupt nicht existieren—die Stosspartner würden sich bis auf den Abstand $r = 0$ nähern können.

się w naczyniu cząsteczki zakłócające wraz z jednym atomem absorbującym lub emitującym światło są do pewnego stopnia potraktowane jako jedna cząsteczka wieloatomowa. Podano sposób obliczenia rozkładu natężeń w rozszerzonej linii widmowej, który pozwala uwzględnić kolejno pojedyńcze i (w sposób przybliżony) podwójne itd. zderzenia atomu absorbującego lub emitującego światło z cząsteczkami zakłócającymi. Przez zastosowanie odpowiedniego warunku granicznego (znikanie funkcji właściwych na powierzchni wewnętrznej naczynia) uniknięto stosowania różniczek właściwych. Za liczbę cząsteczek o określonym momencie pędu i o określonej energii względnej przyjęto liczbę, daną przez klasyczną teorię kinetyczną gazów. Do dokładnego obliczenia rozkładu natężeń należy zastosować całkowania numeryczne równań SCHRÖDINGERA i całek wynikających z teorii CONDONA. Przy dowodzie równoważności teorii LORENTZA-LENZA-WEISSKOPFA z teorią opartą na przybliżeniu CONDOŃA zastąpił WEISSKOPF składową radialną pędu przez pęd całkowity. Z tego powodu nie zauważył WEISSKOPF istnienia przy każdym zderzeniu punktu zwrotu składowej radialnej pędu, a tym samym i dziedziny, w której użyte przez niego przzobliżenie KRAMERSA-WENTZLA-BRILLOUINA traci ważność. Przez błąd ten zmniejszona została w dużym stopniu wartość dowodowa rozważań WEISSKOPFA.

Literaturverzeichnis

1. BETHE, H.: *Handbuch der Physik*, XXIV/1, 2 Auflage. Berlin (1933).
2. BROWN, S. W.: *ZS. f. Phys.* **82**, 768 (1933).
3. BUSH, V.: *Journ. Frankl. Inst.* **212**, 447 (1931).
4. COOLIDGE, A. S., JAMES, H. M. and PRESENT, R. D.: *Journ. of Chem. Phys.* **4**, 193 (1936).
5. FINKELNBURG, W.: *Acta Phys. Pol.* **5**, 1 (1936).
6. FUESS, E.: *Ann. der Phys.* **81**, 281 (1926).
7. FÜCHTBAUER, Chr. und GÖSSLER, F.: *ZS. f. Phys.* **93**, 648 (1935).
8. „ „ „ REIMERS, U. J.: *ZS. f. Phys.* **95**, 648 (1935).
9. GIBSON, G. E., RICE, Q. K. and BAYLISS, N. S.: *Phys. Rev.* **44**, 193 (1933).
10. HAMADA, H.: *Sc. Rep.* of the *Tôhoku Imp. Un. S.* I, **22**, 31 (1933).
11. HUTCHISSON,: *Phys. Rev.* **36**. 410 (1930).
12. JABŁOŃSKI, A.: *ZS. f. Phys.* **70**, 723 (1931).
13. KREFFT, H. und ROMPE R.: *ZS. f. Phys.* **73**, 681 (1931).
14. KUHN, H.: *Phil. Mag.* **18**, 987 (1934).
15. „ „ *Proc. Roy. Soc.* (A) **158**, 112 (1934).
16. „ „ and LONDON, F.: *Phil. Mag.* **18**, 983 (1934).
17. „ „ und OLDENBERG, O.: *Phys. Rev.* **41**, 72 (1932).
18. KULP, M.: *ZS. f. Phys.* **79**, 495 (1932).
19. „ „ *ZS. f. Phys.* **87**, 245 (1933).
20. LENZ, W.: *ZS. f. Phys.* **25**, 308 (1925).
21. „ „ *ZS. f. Phys.* **80**, 422 (1932).
22. „ „ *ZS. f. Phys.* **83**, 139 (1933).
23. LORENTZ, H. A.: *Proc. Amst.* **8**, 591 (1906).

24. MARGENAU, H.: *Phys. Rev.* **40**, 387 (1932).
25. „ „ *Phys. Rev.* **43**, 129 (1933).
26. „ „ *Phys. Rev.* **44**, 931 (1933).
27. „ „ and WATSON, W. W.: *Rev. of Mod. Phys.* **8**, 22 (1936).
28. MASSEY, H. S. W. and MOHR, C. B. O.: *Proc. Roy. Soc.* (A) **144**, 202 (1934).
29. MINKOWSKI, R.: *ZS. f. Phys.* **93**, 731 (1935).
30. MOTT, N. F. and MASSEY, H. S. W.: *Atomic Collisions.* Oxford (1933).
31. PAULI, W.: *Handbuch der Physik.* XXIV/1, 2 Auflage. Berlin (1933).
32. REINSBERG, C.: *ZS. f. Phys.* **105**, 460 (1937).
33. ROMPE R.: *ZS. f. Phys.* **74**, 475 (1932).
34. WEISSKOPF, V.: *ZS. f. Phys.* **75**, 287 (1932).
35. „ „ *Phys. ZS.* **34**, 1 (1933).
36. WENTZEL, G.: *Handbuch der Physik*, XXIV/1, 2 Auflage. Berlin (1933).

Beitrag zur Bewegung der Elektronen im dynamischen Elektronenvervielfacher*

O ruchu elektronów w dynamicznym powielaczu elektronowym (multiplikatorze elektronowym)

Von Witold MAJEWSKI, Warschau, Staatliches Institut für Telekommunikation

(Eingegangen am 13. Januar 1938)

Verfasser untersucht die Bewegungsgleichung der Elektronen in dem von OKABE angegeben Modell eines dynamischen Elektronenvervielfachers, der aus zwei Platten mit einem Anodennetz dazwischen besteht.

Für den allgemeinen Fall ergeben sich charakteristische, durch eine transzendente Gleichung bestimmte Beziehungen. Verfasser betrachtet zunächst die Vorgänge im Vervielfacher für den Spezialfall $V_a/V_m=1, v_0=0$ und die Elektronengleichgewichtsphase $\Theta_r=0$. Es scheint, als ob die Elektronenvervielfachung durch Elektronen von bestimmter Phase (Gleichgewichtsphase) besorgt werden könnte.

Einleitung

Neuerdings macht sich eine grosse Entwicklung von grundlegenden Untersuchungen auf dem Gebiet der Sekundäremission von Elektronen und ihrer Anwendung auf die Verstärkung schwacher lichtelektrischer Ströme bemerkbar *(10, 5, 3, 4)*. Obgleich die Sekundäremission bereits seit langem bekannt ist und von vielen Forschern (LENARD, HULL, von BAYER u. a.) weitgehend untersucht worden ist, konnten bisher keine praktischen Anwendungen mit Ausnahme des von HULL erfundenen Dynatrons *(1)* gemacht werden. Da die Sekundäremission als eine ernsthafte

---

* Auszug aus der Arbeit: Theoretische Grundlagen der Wirkungsweise eines Elektronenvervielfachers (polnisch), *Wiadomości i Prace Państwowego Instytutu Telekomunikacyjnego*, **8**, 14 (1937).

Schwierigkeit beim Bau von Glühkathodenröhren betrachtet wurde, bestrebte man sich sie zu unterdrücken oder wenigstens zu verkleinern. Erst seit 15 Jahren wurde erkannt, dass die Sekundäremission zur Verstärkung kleiner Photoströme nutzbar gemacht werden kann und eine Anzahl von Forschern begann diese Idee zu bearbeiten (*11, 9, 10*). Bis jetzt sind bereits mehrere Veröffentlichungen erschienen und zahlreiche Patente angemeldet worden (SLEPIAN, JARVIS, BLAIR, JAMS, FARNSWORTH, ZWORYKIN, WEISS (*9, 10*) PENNING und KRUITHOF (*8*) u. a.).

Theoretisch wurde die Wirkungsweise des Elektronenvervielfachers von HENNEBERG, ORTHUBER und STEUDEL (*2*) sowie von OKABE (*7*) untersucht. HENNEBERG, ORTHUBER und STEUDEL bestimmen in einem einfachen FARNSWORTHschen Vervielfacher den Teil der emittierten Photoelektronen, der an der Vervielfachung teilnimmt, unter Vernachlässigung sowohl der Austrittsgeschwindigkeit der Photo- und Sekundärelektronen, wie auch des konstanten Feldes des Anodenzylinders gegenüber dem zwischen den Platten auftretendem Wechselfelde, während OKABE kurz die Theorie des dynamischen Vervielfachers erwähnt, an Hand eines Modells, in dem die Zylinderanode durch ein ideales Netz ersetzt ist. Aus den erhaltenen Beziehungen zieht OKABE keine weitergehenden Schlüsse auf die Wirkungsweise des Vervielfachers.

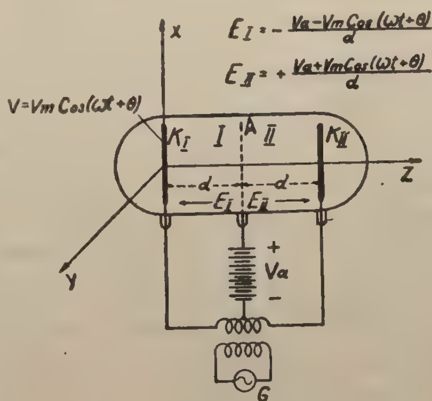


FIG. 1.

In vorliegendem Beitrag werden einige theoretische Betrachtungen über die Elektronenbewegung im dynamischen Vervielfacher gegeben, die unsere bisherigen Kenntnisse über seine Wirkungsweise in einigen Punkten vervollständigen. Eine allgemeine Lösung des Problems ist heute noch nicht möglich.

1. *Allgemeine Bewegungsgleichungen der Elektronen*

In Fig. 1 ist der Vervielfacher mit Schaltung schematisch dargestellt. Die Wechselspannung auf den Platten wird bestimmt durch

$$V_a = V_m \cos(\omega t + \theta). \tag{1}$$

Der Einfachheit wegen wird das elektrische Feld zwischen den Elektroden $K_I - A$ und $A - K_{II}$ als homogen angesehen. Die Feldstärken für die Gebiete I und II sind somit:

$$E_I = -\frac{V_a - V_m cos(\omega t + \Theta)}{d} = -\frac{V_a}{d}[1 - \beta cos(\omega t + \Theta)], \quad (2a)^*$$

$$E_{II} = \frac{V_a + V_m cos(\omega t + \Theta)}{d} = \frac{V_a}{d}[1 + \beta cos(\omega t + \Theta)]. \quad (2b)$$

Die allgemeine Bewegungsgleichung des Elektrons in vektorieller Schreibweise ist

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\gamma\vec{E}(t) - \gamma[\vec{v}\vec{H}]. \quad (3)^{**}$$

Vorausgesetzt wird, dass die Austrittsgeschwindigkeit der Elektronen (v_o) keine Komponenten in Richtung der X- und Y-Axe hat ($v_{ox} = v_{oy} = 0$, $v_{oz} = v_o$) und dass das magnetische Feld ($\vec{H}$) dem elektrischen gleichgerichtet ist. Dann laufen die Elektronen geradlinig längs der Kraftlinien des elektrischen Feldes und (3) geht über in

$$\frac{dv}{dt} = -\gamma E(t), \quad (4)$$

wo die Feldstärke E durch (2a) und (2b) für jedes Gebiet des Vervielfachers gegeben ist.

Die an der Kathode K_I lichtelektrisch ausgelösten Elektronen werden im Gebiet I beschleunigt, dagegen nach dem Übergange durch das Netz A im Gebiet II gehemmt. Bei entsprechend grossen Energieen können sie die Platte K_{II} erreichen und beim Auffallen auf die Kathode Sekundärelektronen auslösen, die im günstigen Falle durch das elektrische Feld zur Platte K_I geführt werden, wo beim Aufprallen neue Sekundärelektronen ausgelöst werden können, die wiederum zur Kathode K_{II} beschleunigt werden u. s. w.

Durch Integration von (4) erhält man unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen (t_1 — Laufzeit des Elektrons von K_I zu A):

$$(v_I)_{t=0} = 0, \qquad (z_I)_{t=0} = 0,$$

$$(v_{II})_{t=t_1} = (v_I)_{t=t_1}, \qquad (z_{II})_{t=t_1} = (z_I)_{t=t_1} = d, \quad (4a)$$

die Gleichungen

---

* $\beta = \frac{V_m}{V_a} \leqslant 1$

** $\gamma = \frac{e}{m}$ = spezifische Ladung des Elektrons.

$$v_I = \frac{\gamma V_a}{d\omega}\left[\omega t - \beta \sin(\omega t + \Theta) + \beta \sin\Theta + \frac{d\omega}{\gamma V_a} v_0\right], \tag{5a}$$

$$v_{II} = \frac{\gamma V_a}{d\omega}\left[-\omega t - \beta \sin(\omega t + \Theta) + 2\omega t_1 + \beta \sin\Theta + \frac{d\omega}{\gamma V_a} v_0\right], \tag{5b}$$

$$z_I = \frac{\gamma V_a}{d\omega^2}\left[\frac{1}{2}\omega^2 t^2 + \beta \cos(\omega t + \Theta) + (\beta \sin\Theta + \frac{d\omega}{\gamma V_a} v_0)\,\omega t - \beta \cos\Theta\right], \tag{6a}$$

$$z_{II} = \frac{\gamma V_a}{d\omega^2}\left[-\frac{1}{2}\omega^2 t^2 + \beta \cos(\omega t + \Theta) + (\beta \sin\Theta + \frac{d\omega}{\gamma V_a} v_0)\,\omega t + \right.$$

$$\left. + 2\omega t_1 \omega t - \omega^2 t_1^2 - \beta \cos\Theta\right], \tag{6b}$$

durch die die Geschwindigkeiten und die Lagen der Elektronen in beiden Gebieten bestimmt werden.

Aus (6a) und (6b) folgt

$$(z_I)_{t=t_1} = d = \frac{\gamma V_a}{d\omega^2}\left[\frac{1}{2}\omega^2 t_1^2 + \beta\cos(\omega t_1 + \Theta) + (\beta \sin\Theta + \frac{d\omega}{\gamma V_a} v_0)\omega t_1 - \beta\cos\Theta\right], \tag{7a}$$

$$(z_{II})_{t=t_2} = 2d = \frac{\gamma V_a}{d\omega^2}\left[-\frac{1}{2}\omega^2 t_2^2 + \beta \cos(\omega t_2 + \Theta) + (\beta \sin\Theta + \right.$$

$$\left. + \frac{d\omega}{\gamma V_a} v_0)\,\omega t_2 + 2\omega t_1 \omega t_2 - \omega^2 t_1^2 - \beta \cos\Theta\right], \tag{7b}$$

wo t_2 die Laufzeit des Elektrons von K_I zu K_{II} bezeichnet. Aus diesen Gleichungen geht die Beziehung zwischen den Laufzeiten der Elektronen t_1 und t_2 hervor:

$$\left[\omega t_1 - \frac{1}{2}\omega t_2\right]^2 + \left[\beta \sin\Theta + \frac{d\omega}{\gamma V_a} v_0\right](\omega t_1 - \frac{1}{2}\omega t_2) + \beta\left[\cos(\omega t_1 + \Theta) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2}\cos(\omega t_2 + \Theta) - \frac{1}{2}\cos\Theta\right] = 0. \tag{8}$$

(7a) und (7b) bestimmen die Bewegung der Elektronen im Vervielfacher. Nach Elimination von t_1, wobei

$$\boxed{k = \frac{d^2\omega^2}{\gamma V_a}} \tag{9a}$$

gezetzt wird, werden (7a) und (7b) durch eine transzendente Gleichung:

$$f(k, \Theta, \beta, \omega t_2) = 0 \tag{9b}$$

ersetzt.

Diese einzige Gleichung beschreibt gänzlich die Bewegung der Elektronen im Vervielfacher. In (9b) kommen die Grössen k und β, welche die Abstimmung des Vervielfachers charakterisieren, vor. Für den allgemeinen Fall ist die Untersuchung von (9b) sehr schwierig, da die erhaltenen Ausdrücke kompliziert und undurchsichtig sind.

2. *Die Wirkungsweise der Vervielfachers*

Da die Photoemission eine zeitlich gleichmässige Verteilung aufweist, muss angenommen werden, dass die Photo- und Sekundärelektronen bei verschiedenen Werten des Kathodenpotentials ausgelöst werden. Diese Werte können im Augenblick der Elektronenauslösung durch die Phase Θ [(2a) und (2b)] des Feldes eindeutig bestimmt werden, wenn der Auslösungszeitpunkt jeder Elektronengruppe mit $t = 0$ bezeichnet wird. Somit ist jeder Elektronengruppe ein Wert der Startphase (Θ) zugeordnet und in diesem Sinne kann von der Phase der Elektronen gesprochen werden. Unter phasenreinen Elektronen versteht der Verfasser nach HENNEBERG, ORTHUBER und STEUDEL (*2*) diejenigen Elektronen, die aus der Kathode im Augenblick des Durchganges des Wechselpotentials durch Null ausgelöst werden. Die Ankunftphase (ψ) der Elektronen wird von der nächsten Umkehr des Potentials auf der Platte, an die die Elektronen anprallen, gezählt und demnach durch

$$\psi = \Theta + \omega t_2 - \pi \tag{10}$$

bestimmt. Daraus folgt, dass am Anfang der Wirkung des Vervielfachers Elektronen verschiedener Phasen vorhanden sind.

Experimentell kann gezeigt werden, dass der von der Kathode K_I ausgehende Photostrom unter Umständen durch die Emission der Sekundärelektronen beträchtlich verstärkt werden kann und dass im Anodenkreise ein konstanter Strom entstehen kann. Demzufolge muss sich im Vervielfacher ein Gleichgewichtszustand einstellen, wobei die Zahl der auf die Anode auffallenden Elektronen durch die von den Kathoden ausgelösten Elektronen kompensiert wird. Mit Rücksicht auf die symmetrische Anordnung der Elektroden im Vervielfacher scheint die Annahme der *Gleichheit der Startphase und der Ankunftphase für den Gleichgewichtszustand* die einfachste mögliche Hypothese zu sein. Die Phasen der Elektronen, die diese Bedingung erfüllen, nennt man *Gleichgewichtsphasen* (Θ_r). Aus (10) folgt, dass im Gleichgewichtszustande die Laufzeit der Elektronen von der Elektrode K_I zu K_{II} durch

$$\omega t_2 = \pi \tag{11}$$

bestimmt wird. Daraus folgt, dass die Laufzeit der Elektronen zwischen K_I und K_{II} gleich der halben Schwingungsdauer des Wechselpotentials auf den Platten ist, oder dass die Bewegungen der Elektronen mit der Wechselspannung synchronisiert sind.

3. *Die Gleichgewichtsphasen der Elektronen*

Der Wert der Gleichsgewichtsphase Θ_r ist durch die Gleichung

$$\boxed{f(k, \Theta_r, \beta, \pi) = 0} \tag{12}$$

bestimmt, die aus (9b) unter Berücksichtigung von (11) folgt. Es ist ersichtlich, dass die Gleichgewichtsphasen der Elektronen, bei festgehaltenen Werten für k und β, nur durch (12) bestimmte Werte haben können. Einem festgelegten Wert Θ_r entsprechen bestimmte Werte von k und β. Daraus folgt, dass die Phasen der an der Vervielfachung in der Röhre teilnehmenden Elektronen verschiedene Werte annehmen können, die von der Abstimmung des Vervielfachers, also von k und β, abhängen.

Da (12) eine transzendente Gleichung von sehr komplizierter Gestalt darstellt, ist die Untersuchung ihrer Lösungen für den allgemeinen Fall schwer durchzuführen. Um jedoch einen Einblick in die Vorgänge im Vervielfacher zu bekommen, wird nachfolgend ein Spezialfall untersucht.

Für $v_0 = 0$, $\beta = 1$ wird, wie aus (8) folgt, die Gleichgewichtsphase durch

$$\left[\omega t_1 - \frac{\pi}{2}\right]^2 + \left[\omega t_1 - \frac{\pi}{2}\right] \sin \Theta_r = -\cos(\omega t_1 + \Theta_r) \tag{13}$$

bestimmt. Die Lösung dieser Gleichung geschieht am einfachsten auf graphischem Wege durch Bestimmung der Schnittpunkte zweier Kurven:

$$y_1 = \left[\omega t_1 - \frac{\pi}{2}\right]^2 + \left[\omega t_1 - \frac{\pi}{2}\right] \sin \Theta_r,$$

$$y_2 = -\cos(\omega t_1 + \Theta_r).$$

Der Verlauf der Kurven ist für verschiedene Werte von Θ_r in Fig. 2 dargestellt. Daraus ist ersichtlich, dass (13) nur dann Lösungen hat, wenn der Parameter Θ_r die Ungleichung

$$0 \leqslant \Theta_r \leqslant (\pi + \varepsilon)$$

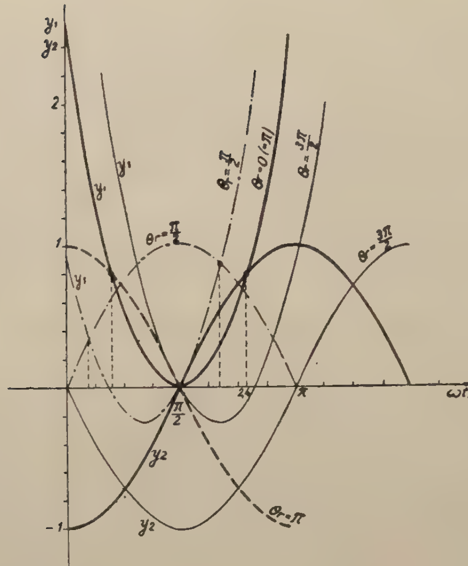


FIG. 2.

erfüllt, wobei ε unbestimmt, aber jedenfalls $0 < \varepsilon < \frac{\pi}{8}$ ist. Daraus folgt, dass die Gleichgewichtsphasen nicht alle Werte zwischen Null und 2π annehmen können.

4. *Die Vorgänge bei der Abstimmung des Vervielfachers auf phasenreine Elektronen* $(\Theta_r = 0)$

Nimmt man jetzt an, dass der Vervielfacher so abgestimmt wurde, dass die Gleichgewichtsphase Θ_r Null ist, so ergibt sich aus (13).

$$\omega t_{01} = 2{,}447 \tag{14}$$

und aus (7a) oder (7b)

$$k_0 = \frac{d^2 \omega^2}{\gamma V_a} = 1{,}226. \tag{15}$$

Es ist wichtig, die Ankunftphasen ψ für die übrigen ausgelösten Elektronen (für $\Theta \neq \Theta_r = 0$) zu ermitteln. Aus (7a) u. (7b) ergeben sich unter Berücksichtigung von (15) die Laufzeiten der Elektronen zwischen den Platten für verschiedene Werte des Parameters Θ:

$$\frac{1}{2}\,\omega^2 t_1^2 + \omega t_1 \sin\Theta - \cos\Theta - 1{,}226 = -\cos(\omega t_1 + \Theta), \tag{16a}$$

$$\frac{1}{2}\,\omega^2 t_1^2 - (\sin\Theta + 2\omega t_1)\,\omega t_2 + \omega^2 t_1^2 + \cos\Theta + 2{,}452 = \cos(\omega t_2 + \Theta). \tag{16b}$$

Die Ankunftphase ψ ergibt sich aus (10).

Die berechneten Daten für verschiedene Werte von Θ sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Daraus geht hervor, dass der Wert der Ankunftphase ψ stets kleiner als der der Startphase Θ ist, obgleich die Ankunftphase ψ mit dem Wachsen von Θ auf $(\pi + \alpha)$ zunimmt.

Für Phasen, die grösser als $(\pi + \alpha)$ sind, ist (16 b) unlösbar, da dann die Energie der Elektronen beim Durchgang durch das Anodennetz zur Überwindung das Gegenfeldes zu schwach ist. Die Elektronen werden zum Anodennetz zurückgetrieben und pendeln um dieses hin und her. Die Amplitude dieser Oszillationen klingt mit der Zeit ab und die Elektronen werden durch das Anodennetz herausgefangen.

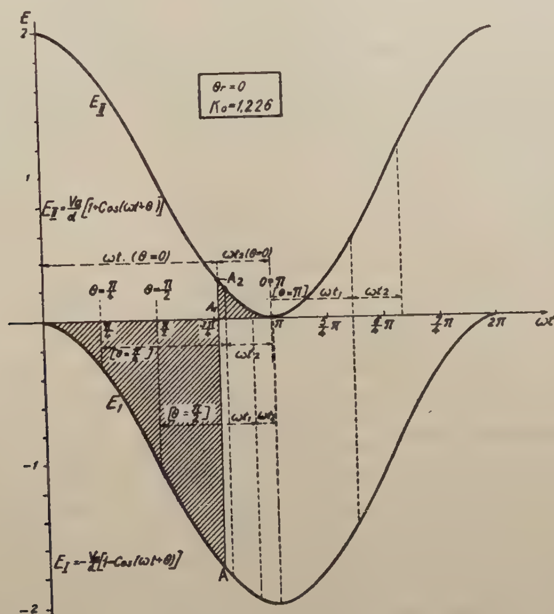


FIG. 3.

In Fig. 3 sind die Wechselfeldstärken in den beiden Gebieten des Vervielfachers abhängig von der Zeit dargestellt. Die phasenreinen Elektronen $(\Theta = \Theta_r = 0)$ werden zu einem Zeitpunkt ausgelöst, für den die Feldstärke gleich Null ist. Die im Gebiet I durch die Elektronen während ihres Fluges zwischen den Kathoden K_I und K_{II} gewonnene, sowie die im Gebiet II verlorene Energie sind den schattierten Feldern in Fig. 3 proportional.

Wie ersichtlich, ist der Energieverlust des Elektrons im Gebiete II nicht gross. Für Elektronen mit der Phase > 0 wächst der Energieverlust im Gebiete II schnell mit dem Werte des Parameters Θ. Für $\Theta = \pi + \alpha$

Tabelle I

Θ Startphase der Elektronen	ωt_1	ωt_2	ψ Ankunftphase der Elektronen	$(v_I)_{t=t_1}$ Geschw. der Elektr. beim Durchgang durch das Anodennetz	v_{II} Ankunfts-geschwind. der Elektronen	
0^0	2,447	π=3,142	0^0	1,809 $\frac{\gamma V_a}{d\omega}$	1,752 $\frac{\gamma V_a}{d\omega}$	Gleich-gewichtsphase
$\frac{\pi}{8} = 22^0\ 30$	2,065	2,756	$0^0 25'$	1,816 „	1,764 „	
$\frac{\pi}{4} = 45^0$	1,743	2,408	$2^0 58'$	1,875 „	1,837 „	
$\frac{\pi}{2} = 90^0$	1,321	1,913	$19^0 57'$	2,074 „	2,070 „	
$\pi = 180^0$	1,137	1,8	$104^0 51'$	2,044 „	1,411 „	
$(201^0\ 7')$	1,207	(2,4) *	$(158^0 20)'$ *	(1,840)* „	(0) *	$(E_I)_{t=t_1} = (E_{II})_{t=t_1}$
$\frac{5}{4}\pi = 225^0$	1,367	—	—	1,496 „	—	
$\frac{3}{2}\pi = 270^0$	2,505	—	—	0,701 „	—	* angenäherte Werte
$2\pi = 360^0$	2,447	π=3,142	2π	1,809 „	1,752 „	

ist die durch die Elektronen gewonnene Energie im Gebiet I gleich der im Gebiet II verlorgegangenen. In diesem Fall ist die Geschwindigkeit der Elektronen, die die Kathode K_{II} erreichen, gleich Null. Diejenigen Elektronen, deren Phasen grösser als $(\pi + \alpha)$ sind, erreichen die Kathode K_{II} nicht. In Tabelle I sind die Geschwindigkeiten der Elektronen für verschiedene Phasen Θ zusammengestellt.

Auf Grund dieser Überlegungen scheint es, als ob im Gleichgewichtszustande *die Vervielfachung der Elektronen nur von Elektronen mit der Gleichgewichtsphase* Θ_r *besorgt würde.* Um ein Bild von der Wirkungsweise des Vervielfachers zu bekommen, könnte angenommen werden, dass sich in ihm eine Wolke von Elektronen bildet, die zwischen den Platten im Rhytmus der Wechselspannung oszillieren. Um die Zahl der auf die Anode auffallenden Elektronen zu kompensieren, dürfte die Elektronenemission durch die Kathode nur in gewissen Momenten stattfinden. Es scheint als ob im Gleichgewichtszustande alle Elektronen, deren Phase der Gleichgewichtsphase nicht gleich ist, von der Vervielfachung infolge ungünstiger Auslösungszeiten ausgeschlossen wären. Diese Hypothese bedarf natürlich noch einer experimentellen Prüfung.

Die Untersuchungen über die Wirkungsweise des Vervielfachers und über die Bewegung der Elektronen in ihm werden wohl in Zukunft mit

den bisherigen Arbeitsmethoden und Betrachtungen kaum weiter geführt werden können. Es dringt sich die Forderung auf, diese Probleme auf Grund wellentheoretischer Betrachtungen zu behandeln. Auf dieser Grundlage könnten sich vielleicht neue Gesichtspunkte ergeben, die eine Basis für eine allgemeine Theorie und neue experimentelle Forschungen schaffen würden.

Streszczenie

Autor rozpatruje ruch elektronów w powielaczu elektronowym typu FARNSWORTHA. Wzory otrzymane po scałkowaniu równania ruchu elektronu przy uwzględnieniu warunków brzegowych są dość skomplikowane i nieprzejrzyste. Opierając się na danych doświadczalnych można przypuścić, iż w lampie powstaje pewien stan równowagi, polegający na tym, że liczba elektronów wychwytywanych przez anodę jest kompensowana przez elektrony wtórne, wybijane z katod, tak iż liczba elektronów oscylujących między tymi ostatnimi jest stała. Wobec tego, iż trudno sobie przedstawić, aby było to możliwe przy bezładnym ruchu elektronów, należy przyjąć, że ruch ten jest odpowiednio uporządkowany, to jest zsynchronizowany ze zmianami potencjału na katodach. Ruch taki można by sobie uzmysłowić jako prostoliniowy ruch chmury elektronów, poruszającej się raz ku jednej raz ku drugiej katodzie. Zakładając, iż w ruchu elektronów zachowana jest zupełna symetria względem anody A, należy przyjąć, że w uporządkowanym ruchu elektronów mogą brać udział tylko takie elektrony, dla których czas przebiegu między elektrodami K_I i K_{II} jest określony równaniem (11). Jak to wskazują otrzymane wzory, warunkowi temu odpowiadają elektrony, które są wyrzucane z katod w pewnych ściśle określonych chwilach, lub inaczej mówiąc elektrony o określonej fazie Θ_r. W celu uzyskania dalszych danych co do ruchu elektronów w powielaczu autor rozpatruje przypadek szczególny, kładąc $v_0=0$ oraz $V_a/V_m=1$. Okazuje się wtedy, że faza Θ_r nie może przyjmować wszystkich wartości pomiędzy 0 i 2π. Dobierając następnie dostrojenie powielacza tak, aby było $\Theta_r=0$, autor rozpatruje ruch elektronów wysyłanych w różnych chwilach przez płytkę K_I. Z rozważań tych wynika, iż uporządkowany ruch elektronów w powielaczu jest podtrzymywany wyłącznie przez elektrony o określonej fazie, zależnej od jego dostrojenia. Rozważania te wykazują, iż stosując dotychczasowe metody pracy oraz wyobrażenia nie zdołamy posunąć znacznie naprzód naszych wiadomości o zjawiskach, zachodzących w powielaczu elektronowym. Narzuca się tu konieczność ujęcia tych zagadnień na gruncie mechaniki falowej, co mogłoby się przyczynić do dalszego rozwoju tych badań, oraz dać impuls do nowych prac doświadczalnych.

Literaturverzeichnis

1. GROSZKOWSKI, J.: *Wiad. i Prace Państw. Inst. Telek.* **6**, 3 (1935).
2. HENNEBERG, W. ORTHUBER, R. u. STEUDEL, E.: *ZS. f. techn. Phys.* **17**, 115 (1936).
3. MAJEWSKI, W.: *Wiad. i Prace Państw. Ins. Telek.* **6**, 12 (1935).
4. MAJEWSKI, W.: „ „ „ „ „ **7**, 58 (1936).
5. MAJEWSKI, W.: „ „ „ „ „ **8**, 19 (1937).
6. MAJEWSKI, W.: „ „ „ „ „ **8**, 14 (1937).
7. OKABE, K.: *Rep. of. Radio Research of Japan* **6**, 1 (1936).
8. PENNING, F. M. u. KRUITHOF, A. A: *Physica* **2**, 793 (1935).
9. WEISS, G.: *Ferns. u. Tonfilm* **7**, 41 (1936).
10. WEISS, G.: *ZS. f. techn. Phys.* **17**, 623 (1936).
11. ZWORYKIN, V. K.: *ZS. f. techn. Phys.* **17**, 170 (1936).

Untersuchungen über die elektrischen Ströme und Gegenspannungen im natürlichen und mit Gamma-Strahlen bestrahlten Paraffin

Badania prądów elektrycznych i napięć wstecznych w parafinie natuturalnej i naświetlanej promieniami γ

Von W. ŚCISŁOWSKI, Warschau, Institut für theoretische Physik der Josef Piłsudski Universität

(Eingegangen am 26. Januar 1938)

Nach der vom Verfasser ausgearbeiteteten elektrometrischen Methode wurden die Anfangsströme (für die Zeiten von 0,05 bis 2 *Sek.*), die Gegenspannungen und die Ströme in den weiteren Zeiten (von 1 bis 20 Minuten) in speziell hergestellten Paraffinpräparaten bei Zimmertemperatur und konstanten Spannungen untersucht. Die Untersuchungen wurden sowohl im natürlichen, als auch im mit γ-Strahlen bestrahlten Paraffin durchgeführt. Aus dem Verlauf der erhaltenen Charakteristiken wurde geschlossen, dass der im Paraffin beobachtete elektrische Strom die Summe eines Rückstandsstromes und eines Leitungsstromes von grundsätzlich verschiedenen Eigenschaften darstellt.

Die vorliegende Arbeit betrifft Untersuchungen, deren erster Teil in Band 4 dieser Zeitschrift veröffentlicht wurde *(6)*. Seit dieser Zeit ist eine Arbeit von F. SEIDL *(8)* erschienen, in der ein ähnliches Thema behandelt wird und deren Ergebnisse im Einklang mit den entsprechenden Resultaten des Verfassers sind. In der vorliegenden Arbeit wurde der Bereich der angewandten Feldstärken und der Zeitintervalle möglichst erweitert. Es wurden die elektrischen Ströme und Gegenspannungen in den ersten Sekunden nach Anlegen der Spannung und die Ströme für die darauffolgenden Zeiten bestimmt, die Stromzeit- und die Stromspannungscharakteristiken systematisch untersucht und aus ihrem Verlauf eine Reihe von Schlussfolgerungen gezogen.

§ 1. *Die Beobachtungsobjekte. Apparatur und Messanordnung*

Zu den Untersuchungen wurde chemisch reinstes Paraffin von MERCK angewandt, dessen Schmelzpunkt bei ungefähr $70^0 C$ lag. Die Paraffinpräparate wurden im Vakuum in speziellen Messinggefässen vorbereitet. Der Querschnitt eines solchen Gefässes und die Anordnung zur Elektrodeneinschmelzung ist in Fig. 1 dargestellt. Das kesselförmige Gefässchen *G* hatte im Boden einen kreisförmigen Ausschnitt, in dem eine flache Messelektrode *D* konzentrisch angebracht war; der Boden des Gefässchens diente als Schutzring, wobei sein Abstand von der Messelektrode 0,1 *mm* betrug. In den Seitenwänden des Schutzringes und der Messelektrode befanden sich die in Fig. 1 dargestellten Vertiefungen, deren Zweck war, dass das Paraffin nach Erstarrung die Messelektrode fest in der richtigen Lage aufrechterhielt. Zur Herstellung des Paraffinpräparates wurde das Gefäss samt Messelektrode auf der Grundplatte *F* aus Messing angebracht und mit Hilfe einer Schraubenmutter *E* und der Schraube *S* befestigt. Alle Teile waren genau aneinandergepasst, sodass das geschmolzene Paraffin nirgends aus dem Gefäss herausfliessen konnte. Am Rande des Gefässes wurde ein gut angepasster massiver Messingdeckel *B* angebracht, in dessen Mitte sich auf einem Stift *A* eine flache Gegenelektrode befand. Mittels einer Schraube *G* wurde die Gegenelektrode in jeder gewünschten Lage festgehalten. Die ganze aus Messing bestehende Anordnung war auf einer Präzisionsdrehbank in der mechanischen Werkstätte des hiesigen Instituts angefertigt und genau zentriert worden. Eine in Fig. 2 schematisch dargestellte Apparatur diente zur Herstellung der Präparate im Vakuum. Sie bestand aus einer Art von Wage, auf deren einem Arm sich ein elektrischer Ofen *K* mit dem unten angebrachten Deckel *B* samt Gegenelektrode befand. Auf dem anderen Arm befand sich ein Gegengewicht *M* mit einer unten angebrachten Haltevorrichtung, die mit Hilfe eines Elektromagneten in Bewegung gesetzt werden konnte. Unterhalb des Deckels *B* befand

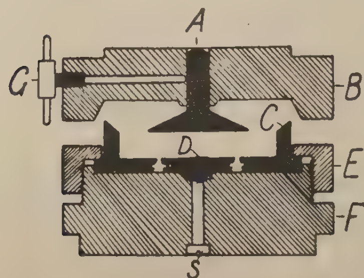


FIG. 1

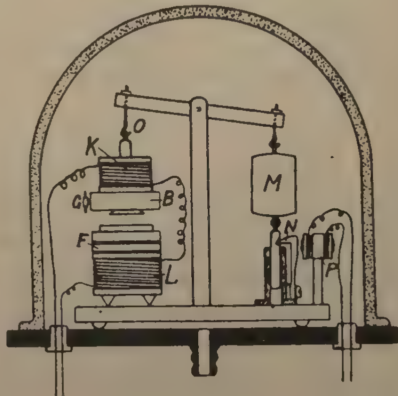


FIG. 2

sich auf einem zweiten elektrischen Ofen *L* die Grundplatte *F* mit dem Gefäss und der Messelektrode. Das Ganze war so montiert, dass nach Einschaltung des Stromes im Elektromagneten die Wage in Bewegung gesetzt wurde, wobei der Ofen *K* mit dem Deckel *B* sich langsam senkte und der Deckel *B* genau auf den Rand des Gefässes *C* zu liegen kam. Die ganze Apparatur wurde im Vakuum untergebracht; beide Öfen waren im Vakuum geeicht, sodass die Temperatur mittels der Stromintensität geregelt werden konnte. Nach einer Reihe von Versuchen arbeitete man folgendes Verfahren zur Herstellung der Paraffinpräparate aus: das Gefäss und die Messelektroden wurden nach Polierung und gründlicher Reinigung mit Benzin und Alkohol in der in Fig. 1 und 2 dargestellten Apparatur angebracht und bis $100^0 C$ erhitzt. In das Gefäss wurde klein zerstückeltes Paraffin eingeführt, und nachher mit einer Ölpumpe ein Vakuum von 10^{-3} *mm* hergestellt. Das Paraffin wurde eine Stunde lang in Anwesenheit von P_2O_5 im Vakuum erwärmt, dann setzte man auf die oben beschriebene Weise die Wage in Bewegung und tauchte im Vakuum die ebenfalls erhitzte Gegenelektrode in das Paraffin ein. Jetzt wurde Luft eingelassen und die den Ofen *K* haltende Aufhängung *O* vorsichtig abgenommen, demzufolge der Deckel *B* durch sein Gewicht an den Rand des Gefässes *C* fest aufgedrückt wurde und die richtige Lage der Gegenelektrode garantierte. Nachher kühlte man die Anordnung während einer Stunde bis zu *ca* 70^0 *C* ab und erst dann löste man die den Stift *A* der Gegenelektrode festhaltende Schraube *G*. Bei der darauffolgenden ungefähr 10 Stunden dauernden langsamen Abkühlung verschob sich die Gegenelektrode infolge der Schrumpfung des Paraffins etwas nach unten (die Abnahme der Schichtdicke betrug bis 30%). Nach vollständiger Abkühlung wurden die Öfen entfernt, der Deckel *B* abgenommen und die Schichtdicke des Paraffins im Präparat mit einer Mikrometerschraube gemessen. Nach Lösung der Schraube *S* (Fig. 1) und der Schraubenmutter *E* wurde das Gefäss mit dem hergestellten Paraffinpräparat abgenommen. Es hat sich erwiesen, dass die nach der beschriebenen Methode hergestellten Präparate immer dieselben Eigenschaften aufwiesen und Ströme von derselben Grössenordnung ergaben, trotzdem es nicht gelang, genau denselben Anfangsstrom in verschiedenen Präparaten zu erhalten.

Die in der oben erwähnten Arbeit *(6)* angewandten Präparate waren in Aluminiumgefässen mit Messelektroden von 11 *mm* Durchmesser hergestellt. In den in der vorliegenden Arbeit benutzten Messinggefässen hatten die Elektroden einen Durchmesser von 16,5 *mm* bzw. 19,8 *mm*. Die Präparate wurden in einem speziellen, dicht abgeschlossenen, Messinggefäss angebracht, welches mit gut isolierten Drähten und Kontakten zur Verbindung der Elektroden mit der Spannung und dem Elektrometer

versehen war. Genaueres darüber findet man in der schon erwähnten Arbeit *(6)*.

Die Methode der Strommessung blieb ungeändert. Als Messgerät diente das Saitenelektrometer nach LUTZ - EDELMANN, wobei man den Anfangsstrom mit Hilfe der Dreischaltermethode mit dem Kontaktpendel bestimmte, für die weiteren Zeitabschnitte aber beobachtete man die Bewegung des Elektrometerfadens auf der Skala des Mikroskops. Kleinere Zeitabschnitte erhielt man aus der Ablesung von Chronographenstreifen, grössere Zeitabschnitte mit Hilfe einer Präzisionsstoppuhr.

Der Zeitabstand vom Augenblick der Anlegung der Spannung bis zur Enterdung des Elektrometers wurde mit τ bezeichnet, die Ladungszeit des Elektrometers mit Δt; der gemessene Mittelwert der Stromintensität $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ wurde dem Zeitpunkt $\tau + \Delta t/2$ zugeordnet. Als konstante Spannungsquelle (ungefähr 2000 *V)* diente eine Akkumulatorenbatterie. Die Spannung der einzelnen Batterien (je 50 Elemente) wurde mit einem Normalvoltmeter bestimmt, und durch Addition erhielt man die ganze angelegte Spannung. Da jedoch, wie es sich zeigte, ein grosser Vorschaltwiderstand im Messkreis Störungen der Anfangsströme verursachte, wandte man einen Schmelzwiderstand an. Alle Messungen wurden bei Zimmertemperatur ausgeführt, deren Wert in den Tabellen für jede Messreihe angegeben ist.

§ 2. *Die elektrischen Ströme und Gegenspannungen im natürlichen Paraffin*

Bei der Messung der Anfangsströme wurde spezielle Aufmerksamkeit der Reproduzierbarkeit der erhaltenen Werte für verschiedene Schichtdicken und verschiedene Elektrodendurchmesser der Präparate zugewandt. Wie erwähnt, hängt die Grösse und der Charakter des Anfangsstroms (bei unveränderten Versuchsbedingungen) von der Herstellungsart des Präparats, hauptsächlich vom Verlauf der Abkühlung, ab. Nach einer Reihe von Versuchen wurde die in §1 angeführte Herstellungsart der Präparate ausgearbeitet. Unvorschriftsmässig hergestellte, z. B. zu schnell abgekühlte Präparate, wiesen oft anomales Verhalten auf, nicht nur in Hinsicht auf die Anfangsströme, sondern auch auf die Restströme, indem man allzu grosse Werte fand. Die Ursache lag wahrscheinlich in gewissen Unregelmässigkeiten der Struktur und in den durch Abkühlung entstandenen kleinen Spaltungen in der Paraffinschicht. Die nach der angegebenen Vorschrift erhal-

Tabelle 1

Nr	$2r$	d
1	16,5*mm*	0,26*mm*
2	19,8 „	0,31 „
3	19,8 „	0,42 „

tenen Präparate degegen ergaben vergleichbare Effekte, was die Grössenordnung und den Verlauf der Stromspannungs- und Stromzeitcharakteristiken betrifft. Drei Präparate, deren geometrische Daten in Tab. 1 zusammengestellt sind, wurden eingehender untersucht. $2r$ bedeutet den Messelektrodendurchmesser, d-die Dicke der Paraffinschicht. Die gefundenen Werte der Anfangsströme in den erwähnten drei Präparaten sind in Tab. 2 zu-

Tabelle 2

a) Paraffinpräparat 0; $t = 21^0 C$.

$(\tau + \Delta t/2)$ *sek.*	*KV/cm*	23,46	37,55	51,63	65,30	79,35	93,42
0,053 „	$I \cdot 10^{13}$	15,8	25,4	33,3	43,0	50,6	61,0
0,10 „	$\frac{KV}{cm}$	23,19	37,12	51,00	64,40	78,35	92,29
	$I \cdot 10^{13}$	8,2	12,7	17,3	21,8	26,4	30,9
0,16 „	$\frac{KV}{cm}$	22,66	36,25	49,6	63,35	76,70	90,05
	$I \cdot 10^{13}$	5,3	8,8	12,0	15,0	18,2	20,9
0,45 „	$\frac{KV}{cm}$	23,42	37,48	51,52	65,20	79,24	93,29
	$I \cdot 10^{13}$	2,6	3,8	5,1	6,4	8,0	9,6
1,52 „	$\frac{KV}{cm}$	23,39	37,44	51,48	65,15	79,17	93,20
	$I \cdot 10^{13}$	0,9	1,6	1,9	2,4	3,1	3,9

b) Paraffinpräparat 1; $t = 23^0 C$; *I Amp.*

Sek.			*KV/cm*				
τ	Δt	$\tau + \frac{\Delta t}{2}$	12,04	24,07	40,10	60,11	80,16
0,016	0,134	0,083	$4{,}00 \cdot 10^{-12}$	$6{,}40 \cdot 10^{-12}$	$9{,}13 \cdot 10^{-12}$	$12{,}48 \cdot 10^{-12}$	$15{,}83 \cdot 10^{-12}$
0,15	0,25	0,275	1,40 „	2,28 „	3,26 „	4,57 „	6,04 „
0,40	0,40	0,60	0,71 „	1,12 „	1,73 „	2,65 „	3,37 „
0,80	0,70	1,15	0,29 „	0,64 „	1,17 „	1,63 „	2,16 „
1,67	1,36	2,35	0,21 „	0,39 „	0,60 „	0,90 „	1,20 „

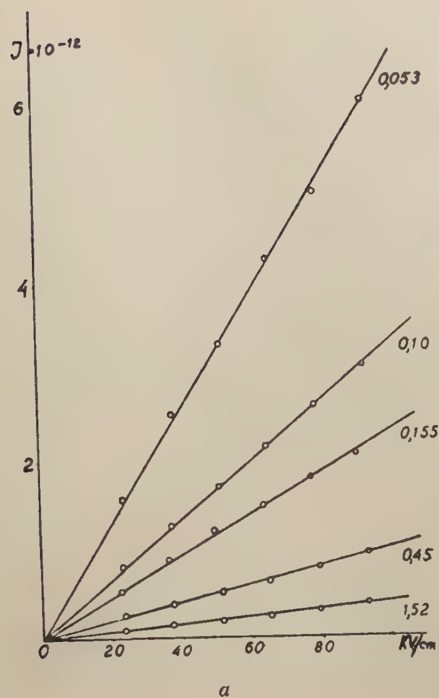
c) Paraffinpräparat 2; $t = 21^0 C$; *I Amp.*

Sek.			KV/cm			
τ	Δt	$\tau + \frac{\Delta t}{2}$	26,44	39,64	52,79	65,98
0,01	0,09	0,055	$6{,}70 \cdot 10^{-12}$	$9{,}00 \cdot 10^{-12}$	$10{,}61 \cdot 10^{-12}$	$12{,}34 \cdot 10^{-12}$
0,01	0,24	0,13	3,50 „	5,20 „	6,06 „	7,24 „
0,10	0,20	0,20	2,20 „	3,58 „	4,55 „	5,34 „
0,25	0,30	0,40	1,29 „	1,84 „	2,57 „	3,12 „
0,55	0,40	0,75	0,76 „	1,10 „	1,38 „	1,65 „

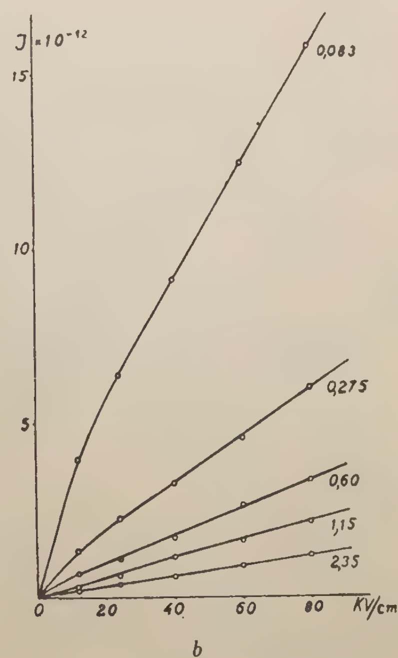
d) Paraffinpräparat 3; $t = 21^0 C$; *I Amp.*

Sek.			KV/cm			
τ	Δt	$t + \frac{\Delta t}{2}$	18,65	28,15	37,49	46,94
0,018	0,082	0,059	$7{,}64 \cdot 10^{-12}$	$11{,}60 \cdot 10^{-12}$	$14{,}64 \cdot 10^{-12}$	$17{,}38 \cdot 10^{-12}$
0,10	0,40	0,30	2,18 „	3,14 „	4,00 „	4,70 „
0,50	0,50	0,75	0,84 „	1,24 „	1,62 „	2,02 „
1,00	0,80	1,40	0,64 „	0,90 „	1,14 „	1,40 „
1,80	1,42	2,51	0,38 „	0,56 „	0,78 „	0,94 „

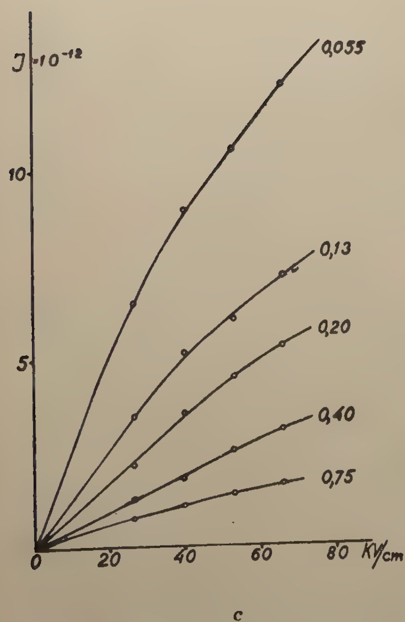
sammengestellt; zum Vergleich sind hier auch die in der früheren Arbeit (*6*) erhaltenen Ergebnisse für das mit Nr 0 bezeichnete Präparat, dessen Durchmesser $2r = 11$ *mm* und dessen Dicke $d = 0{,}22$ *mm* war, angeführt. Die Kurven der Fig. 3 entsprechen den in Tab. 2 enthaltenen Werten. Dank den grösseren Dimensionen der jetzt benutzten Messelektroden, war die Messgenauigkeit grösser als in der früheren Arbeit. Aus den Kurven *b*, *c*, *d* der Fig. 3 ersieht man, dass bei grösseren Feldstärken kleine Abweichungen vom Proportionalitätsgesetz zwischen *I* und *E* auftreten. Auf diese Abweichungen werden wir weiter unten im §4 der vorliegenden Arbeit zurückkommen. Aus den Kurven in Fig. 3 kann man für jedes Präparat den Wert für den Anfangsstrom bei einer gegebenen Feldstärke *E* erhalten und ihn dann auf eine einheitliche Oberfläche *S* der Messelektrode umrechnen. Die auf diese Weise berechneten Anfangsstromwerte für $E = 20$ *KV/cm* und $S = 1 cm^2$ sind in Tab. 3 angegeben.


J·10⁻¹²
6
4
2
0
20
40
60
80
KV/cm
0,053
0,10
0,155
0,45
1,52

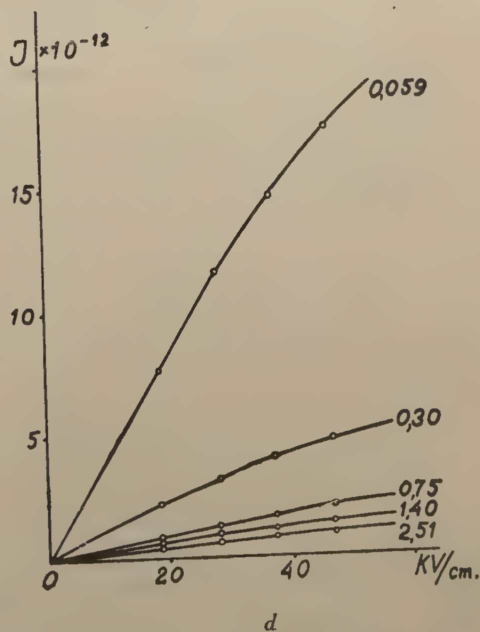
a


J·10⁻¹²
15
10
5
0
20
40
60
80
KV/cm
0,083
0,275
0,60
1,15
2,35

b


J·10⁻¹²
10
5
0
20
40
60
80
KV/cm
0,055
0,13
0,20
0,40
0,75

c


J ×10⁻¹²
15
10
5
0
20
40
KV/cm.
0,059
0,30
0,75
1,40
2,51

d

FIG. 3

Tabelle 3

Nr. 0	*Sek.*	0,053	0,10	0,155	0,45	1,52
	$I \cdot 10^{13} A$	13,68	7,16	4,84	2,11	0,84
Nr. 1	*Sek.*	0,083	0,275	0,60	1,15	2,35
	$I \cdot 10^{12} A$	2,62	0,91	0,47	0,26	0,15
Nr. 2	*Sek.*	0,055	0,13	0,20	0,40	0,75
	$I \cdot 10^{12} A$	1,79	0,86	0,57	0,31	0,18
Nr. 3	*Sek.*	0,059	0,30	0,75	1,40	2,51
	$I \cdot 10^{12} A$	2,66	0,76	0,29	0,21	0,13

Fig. 4 stellt die den Werten der Tabelle 3 entsprechenden Stromzeitcharakteristiken in logarithmischer Skala dar. Wie man ersieht, sind die auf gleiche Bedingungen reduzierten Werte des Anfangsstromes für verschiedene Präparate von derselben Grössenordnung. Weiter geht aus Fig. 4 hervor, dass die zeitliche Abklingung des Stromes in jedem Präparat denselben Verlauf aufweist, wobei keine bestimmte Abhängigkeit weder von der Schichtdicke noch von den Elektrodendimensionen bemerkbar

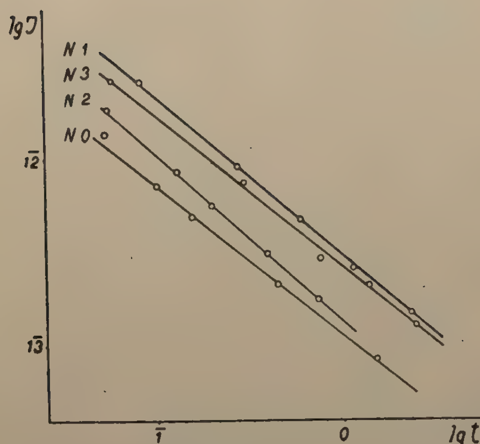


Fig. 4

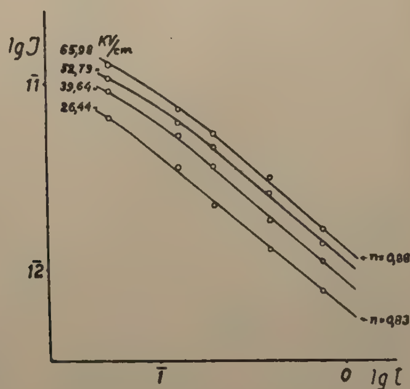


Fig. 5

ist. Die Stromzeitcharakteristiken in logarithmischer Skala für das in Tabelle 2 angeführte Präparat Nr. 2 sind in Fig. 5 dargestellt. Ähnliche Kurven erhält man für die übrigen Präparate, sodass die angeführten Kurven

als typisch aufgefasst werden können. Charakteristisch ist, dass langandauerndes Anlegen der Spannung keinen Einfluss auf den Wert des Anfangsstromes hat. So wurde z. B. das Präparat Nr. 3 nach erfolgter Messung des Anfangsstromes (für ein gegebenes Zeitintervall und für eine gegebene Feldstärke) bis $35^0 C$ erhitzt, wonach eine Spannungsdifferenz von 2019 *Volt* während 2 Stunden angelegt wurde—nach Abkühlung bis auf die Zimmertemperatur und nach Ausruhen des Dielektrikums wies der in den oben beschriebenen Bedingungen gemessene Anfangsstrom keinen Unterschied auf. Ähnlich verhielten sich andere Präparate. Dies weist darauf hin, dass der Stromdurchgang im Paraffin nicht mit Herausziehen von elektrischen Ladungen aus dem Dielektrikum verbunden ist.

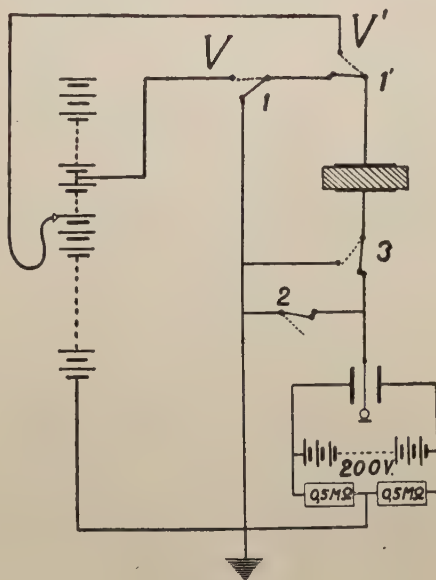


Fig. 6

Zur Bestimmung der Gegenspannung wurde eine Abänderung der von O. Beran und F. Quittner *(2)* zur Untersuchung von Steinsalz gebrauchten Methode verwandt. In der zitierten Arbeit beschreiben die Verfasser die mit solchen Messungen verbundenen Schwierigkeiten. Bei Anwendung von Paraffin, das, mit Steinsalz verglichen, viel stärker isolierende Eigenschaften aufweist, wurden diese Schwierigkeiten noch viel grösser. Da die gemessenen Effekte sehr klein waren und der Anfangsstrom mit der Zeit schnell abnahm, wurde eine entsprechende automatische Einrichtung und die Interpolationsmethode benutzt.

Die Versuchsanordnung ist schematisch in Fig. 6 dargestellt. Sie unterscheidet sich von der vom Verfasser in der früheren Arbeit *(6)* zur Anfangsstrommessung gebrauchten Anordnung durch die Anwesenheit des Schalters 1′, der die Zusatzspannung V' zuleitet. Es sei erinnert, dass die Messung des Anfangsstromes nach der Dreischaltermethode auf der aufeinanderfolgenden Einschaltung von drei Schaltern beruht; des ersten zur Zeit $t = 0$, des zweiten nach der Zeit τ und des dritten nach der Zeit Δt; alle drei Schalter werden elektromagnetisch betätigt, wobei die Ströme im Elektromagneten in streng bestimmten Momenten durch ein entsprechend geeichtes Kontaktpendel unterbrochen werden. Die Messung der Gegenspannung verlauft im Prinzip wie folgt: durch automatische Umschaltung des Schalters 1 wird in einem bestimmten Zeitpunkt die Spannung V an

das Dielektrikum angelegt, nach der Zeit τ_1 wird durch Umschaltung des Schalters 1′ eine Zusatzspannung V' zugeführt und der Anfangsstrom durch Einschaltung der Schalter 2 und 3 gemessen. Der Zeitabstand zwischen der Einschaltung der Schalter 1′ und 2 sei τ, der Elektrometerausschlag dabei ΔS.

Mehrere solche Messungen für eine Reihe von V'-Werten, die grösser und kleiner als V sind, ergaben eine Kurve von dem in Fig. 7 angeführten Typus. Im Einklang mit der Definition der Gegenspannung wird der Schnittpunkt der Kurve mit der V'-Achse den gesuchten Wert P der Gegenspannung liefern. Die beschriebene Methode ist mit einem Fehler behaftet, der davon stammt, dass im zur Ausführung der Messung nötigen Zeitintervall $(\tau + \Delta t)$ die Gegenspannung abnimmt, was auf das Endergebnis nicht ohne Einfluss sein kann. Um diesen Fehler abzuschätzen, wurden für das Präparat Nr. 2 die Gegenspannungen bei verschieden Zeitintervallen τ und Δt und bei der konstanten Spannung $V = 920$ *Volt* bestimmt. Die gefundenen Zahlenwerte sind in Tab. 4 angeführt und in Fig. 8 graphisch dargestellt.

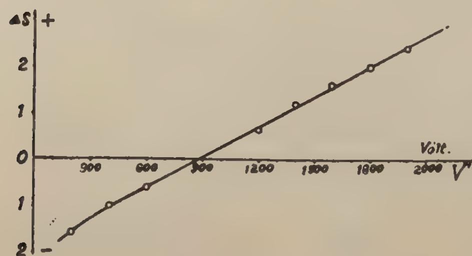


FIG. 7

Tabelle 4

$V = 1120$ *Volt*; $\tau_1 = 0{,}3$ *Sek.*

$\Delta t = 0{,}24$ *Sek.*	τ (*Sek.*)	0,01	0,10	0,18	0,26
	P (*Volt*)	800	690	615	545
$\tau = 0{,}01$ *Sek.*	Δt (*Sek.*)	0,12	0,24	0,36	0,48
	P (*Volt*)	855	800	760	730

Bei praktischer Anwendung dieser Resultate muss beachtet werden, dass aus experimentellen Gründen das Zeitintervall τ nicht weit unterhalb 0,01 *Sek.* und Δt nicht unterhalb 0,1 *Sek.* genommen werden konnte. Wie man aus den Kurven in Fig. 8 berechnen kann, ist der für $\tau = 0{,}01$ *Sek.* gemessene Wert von P um ungefähr 3% kleiner als der mittels Extrapolation für $\tau = 0$ erhaltene Wert. Ähnlich ist der für $\Delta t = 0{,}1$ *Sek.* (Fig. 8*b*) gemessene Wert von P um *ca* 6% kleiner als der für $\Delta t = 0$ extrapolierte Wert. Im weiteren wurde nur eine Extrapolation

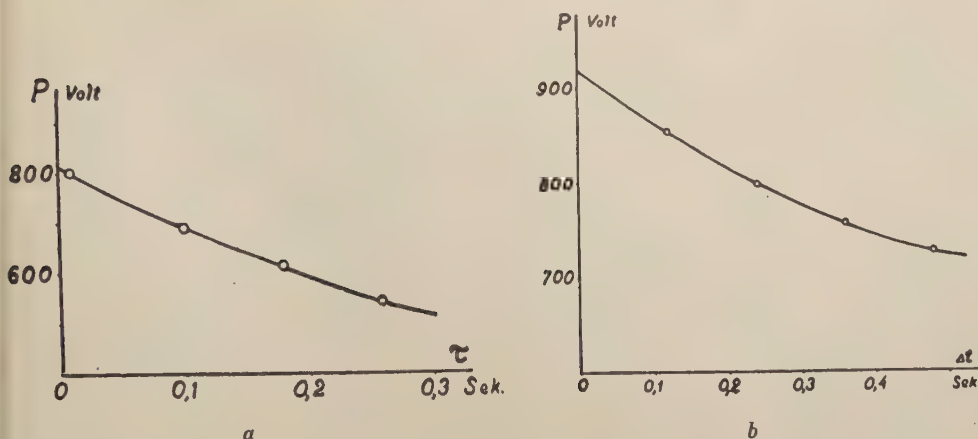


FIG. 8

benutzt und zwar wurde die Gegenspannung bei konstantem Wert $\tau = 0{,}01$ *Sek.* für drei verschiedene Werte von Δt bestimmt, die gefundenen Zahlen wurden graphisch dargestellt und die Kurven auf $\Delta t = 0$ (ähnlich wie in Fig. *8b)* extrapoliert; der daraus folgende Wert für P wurde mit 1,03 multipliziert. Den auf diese Weise erhaltenen Wert der Gegenspannung werden wir mit P_0 bezeichnen.

Nach der beschriebenen Methode wurde für das Präparat Nr. 2 die Abhängigkeit der Gegenspannung von der angelegten Spannungsdifferenz für das Zeitintervall $\tau_1 = 0{,}3$ *Sek.* bestimmt. Die Ergebnisse sind in Fig. 9 dargestellt, aus welcher eine Proportionalität zwischen P_0 und V ersichtlich ist. Für dasselbe Präparat wurden ferner die Gegenspannungen für die Zeiten $\tau_1 = 0{,}05$, 0,1, 0,3 und 0,5 *Sek.* und die in Spalte 2 der Tab. 5 angeführten Potentialdifferenzen gemessen. Die erhaltenen P_0-Werte sind in der dritten Spalte der Tabelle 5 angegeben, die vierte Spalte enthält die für $V = 1230$ *Volt* auf Grund der Proportionalität zwischen V und P_0 berechneten P_0-Werte.

Tabelle 5

$t = 21^0 C$

τ_1 (*Sek.*)	V	P_0	P_0'	Q_{τ_1} (*Coul.*)
0,05	1202	540	553	$0{,}41 \cdot 10^{-12}$
0,10	1226	760	762	0,83 „
0,30	1197	980	1007	1,65 „
0,50	1233	1100	1097	2,04 „

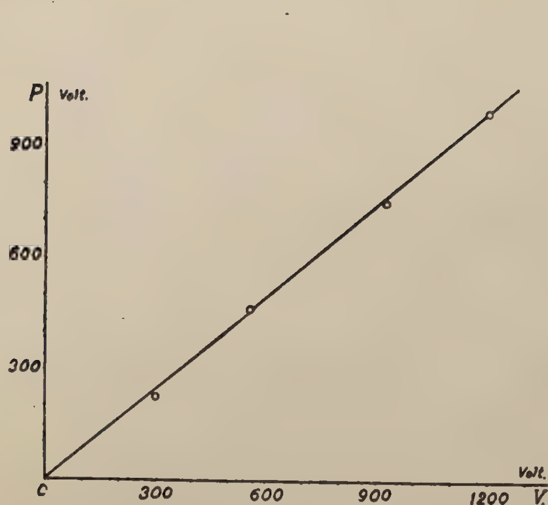


FIG. 9

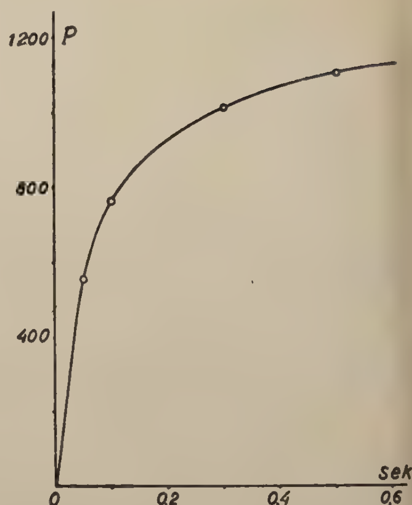


FIG. 10

In Fig. 10 ist P_0 als Funktion von τ_1 graphisch dargestellt. Mit Hilfe derselben Apparatur (Fig. 6) wurde festgestellt, dass die dem Anfangsstrom entsprechende Ladung $Q_{\tau_1} = \int_0^{\tau_1} Idt$, die im Messkondensator absorbiert wurde, nach Entfernung des elektrischen Feldes in unveränderter Grösse zurückgegeben wird. Die in den Zeitintervallen τ_1 absorbierten elektrischen Ladungen sind in der 5. Spalte der Tab. 5 angegeben. Auffallend ist eine ungemein schnelle Zunahme der Gegenspannung im Paraffin, trotzdem in dieser Zeit nur sehr kleine elektrische Ladungen absorbiert werden.

Mit den in §1 beschrieben Methoden wurden ferner die Ströme gemessen, welche im Paraffin in den späteren Zeiten (1 bis 20 Minuten

Tabelle 6

Paraffinpräparat 1; $t = 23^0 C.$; $I \cdot 10^{14}$ *Amp.*

KV/cm. \ t(Min.)	0,5	1	2	3	4	5	6	7
23,93	3,98	2,72	2,24	1,99	1,85	1,79	—	1,71
47,68	9,07	7,29	5,79	5,26	4,56	4,46	4,12	4,05
79,48	19,42	14,7	12,17	11,13	10,20	9,37	8,68	8,08

nach Anlegung der Spannung) fliessen. In Tab. 6 und Fig. 11*a* sind die für das Präparat Nr. 1 erhaltenen Zahlenwerte und Kurven dargestellt. Fig. 11*b* enthält die sich aus Fig. 11*a* für die Zeiten $t = 1$, 4 und 7 Minuten ergebenden Stromspannungscharakteristiken. Man ersieht, dass bei

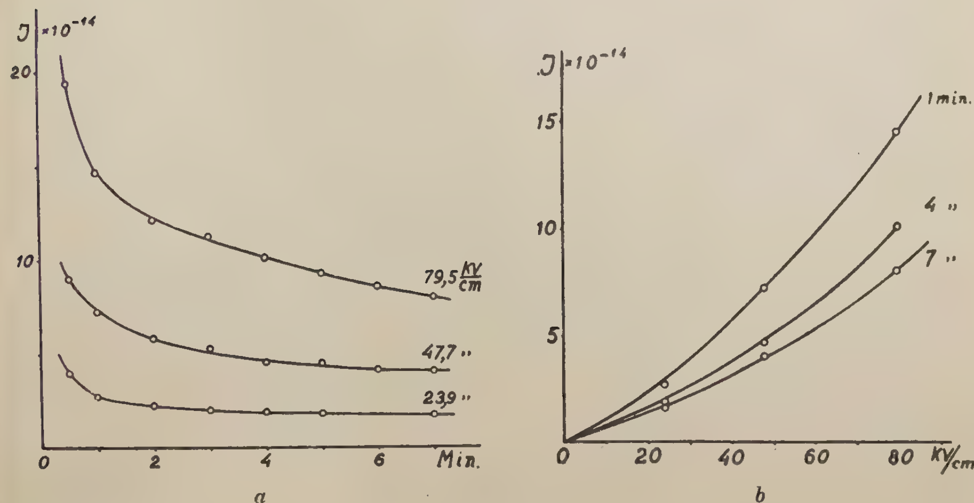


FIG. 11

Vergrösserung der Spannung der elektrische Strom schneller wächst, als es die direkte Proportionalität verlangt; die Stromspannungscharakteristiken (Fig. 11*b*) für spätere Zeiten verlaufen näher der Abszisse und nähern sich einer bestimmten Grenzlage, die dem Leitungsstrom entspricht. Ähnliche Charakteristiken wurden auch für die übrigen Präparate erhalten.

§ 3. *Die elektrischen Ströme und Gegenspannungen im mit γ Strahlen bestrahlten Paraffin*

Seit H. BECQUEREL *(1)* ist es bekannt, dass die Leitfähigkeit des mit Radium bestrahlten Paraffins sich vergrössert. Diese Eigenschaft versuchte man durch die Annahme zu deuten, dass im festen Dielektrikum, ähnlich wie es in Gasen der Fall ist, unter dem Einfluss der ionisierenden Strahlen Ionen gebildet werden, die sich im elektrischen Feld bewegen und den elektrischen Strom erzeugen. Trotz vieler Versuche ist es jedoch nicht gelungen, auf diesem Wege alle beobachteten Eigenschaften der mit ionisierenden Strahlen bestrahlten festen Dielektriken zu deuten. A. ZAROUBINE *(9)* hat als erster bemerkt, dass nach Bestrahlung des Paraffins mit γ-Strahlen und nach Entfernung der Strahlungsquelle die vergrösserte Leitfähigkeit erst schnell, dann immer langsamer abnimmt, nie aber, selbst

nach vielen Tagen, bis zur anfänglichen Grösse herabsinkt. Diese Eigenschaft wurde auch von SEIDL *(7,8)* beobachtet, war aber bisher noch nicht näher untersucht worden. Nach Ansicht des Verfassers kann die Klärung dieser Erscheinung zur genaueren Kenntnis des elektrischen Stromdurchgangs und der Rückstandserscheinung im natürlichen Paraffin beitragen, da man hier die elektrischen Eigenschaften im bestrahlten Paraffin in Abwesenheit der Strahlungsquelle untersuchen kann, also in Versuchsbedingungen, die jenen, in denen man natürliches Paraffin untersucht, analog sind. Da hier jedoch die Effekte grösser sind, können die Messungen genauer ausgeführt werden, wobei die elektrischen Eigenschaften des Paraffins durch die Bestrahlung entsprechend abgeändert werden können. Im folgenden wird über derartige Untersuchungen berichtet.

Das zur Bestrahlung angewandte *Ra*-Präparat enthielt 12 *mg Ra* als $RaBr_2$ in einem kleinen Röhrchen. Die Bestrahlung der Paraffinpräparate erfolgte nicht in demjenigen Zimmer, in dem die Untersuchungen ausgeführt wurden. Das *Ra*-Präparat wurde ungefähr 3 *cm* weit vom bestrahlten Objekt (Paraffin-Präparat Nr. 2) angebracht. Nach dreistündiger Bestrahlung und sofortiger Einschaltung in den Messkreis wies das Paraffin einen ungefähr 25-mal grösseren Anfangsstrom auf (im Zeitpunkt 0,2 *Sek.* und bei der Spannung $V = 820$ *Volt*), als das im natürlichen Paraffin der Fall ist. Mit der Zeit nahm der Strom erst schneller, dann immer langsamer ab und war nach einigen Tagen etwa 12-mal grösser, als im natürlichen Paraffin. Bei der Messung des Anfangsstromes wurde die Spannung höchstens $^1/_2$ *Sek.* lang angelegt, wonach die Elektroden des Präparats kurzgeschlossen wurden. Nach Erreichung des stationären Zustandes wurden die Messungen des Anfangsstromes für verschiedene Zeiten und Spannungen ausgeführt. Tab. 7 enthält die Versuchsergebnisse. In

Tabelle 7

Paraffinpräparat 2; $t = 18^0 C$; *I. Amp.*

Sek.			*KV/cm*					
τ	Δt	$\tau + \frac{\Delta t}{2}$	3,11	6,21	12,50	18,68	24,78	30,91
0,01	0,09	0,055	$20{,}62 \cdot 10^{-12}$	$37{,}81 \cdot 10^{-12}$	$51{,}20 \cdot 10^{-12}$	$56{,}60 \cdot 10^{-12}$	$59{,}29 \cdot 10^{-12}$	$60{,}40 \cdot 10^{-12}$
0,10	0,21	0,205	8,47 „	14,36 „	17,31 „	18,78 „	18,86 „	19,15 „
0,31	0,34	0,48	5,10 „	8,87 „	9,55 „	10,92 „	10,92 „	10,92 „
0,65	0,55	0,925	3,23 „	5,34 „	5,62 „	6,05 „	6,05 „	6,05 „

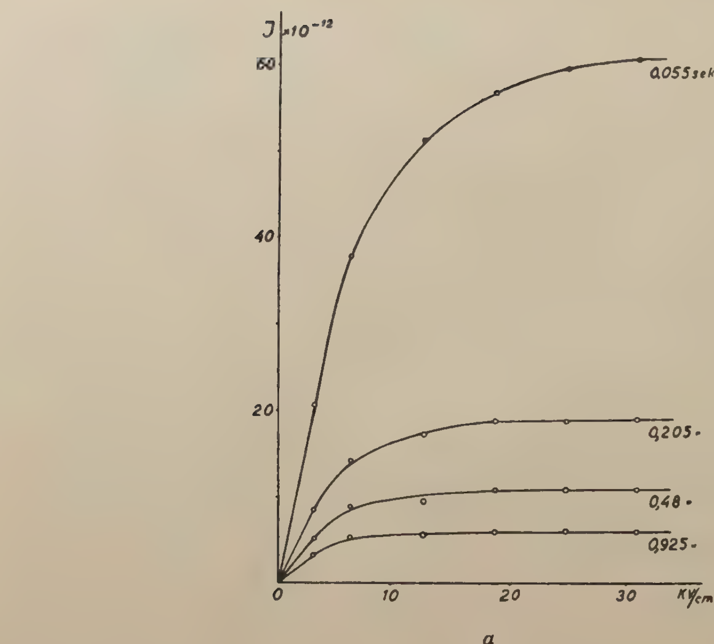
Fig. 12 sind die entsprechenden Stromspannungs-*(a)* und Stromzeitcharakteristiken in gewöhnlicher *(b)* und logarithmischer Skala *(c)* dargestellt. Wie man ersieht, werden die Abweichungen von der direkten Proportionalität zwischen I und E in dem mit γ-Strahlen bestrahlten Paraffin grösser. Dies ist dadurch bedingt, dass die Abnahme des Anfangsstromes und demnach die Steilheit der Stromzeitcharakteristik vom angelegten elektrischen Feld abhängig ist und zwar steigt die Geschwindigkeit der Stromabnahme mit der Feldstärke (Fig. 12*b* und 13*b*). Für Feldstärken oberhalb 6 *KV/cm* erreichen die Anfangsströme nach Ablauf etwa einer Sekunde, unabhängig von der Spannung, immer ungefähr denselben Grenzwert; die Stromspannungscharakteristiken (Fig. 12*a*) verlaufen beinahe so wie im ionisierten Gas. Ein derartiges Verhalten der polarisierbaren Medien entspricht der Theorie von JAFFÉ *(4)*, jedoch ist die Geschwindigkeit, mit der diese „Sättigung" im Paraffin auftritt, viel grösser, als es nach der JAFFÉschen Theorie sein sollte. Dies weist darauf hin, dass die Polarisierbarkeit des Paraffins anderer Natur ist, als in homogenen Medien mit Ionenleitung, die die JAFFÉsche Theorie betrifft.

Tabelle 8

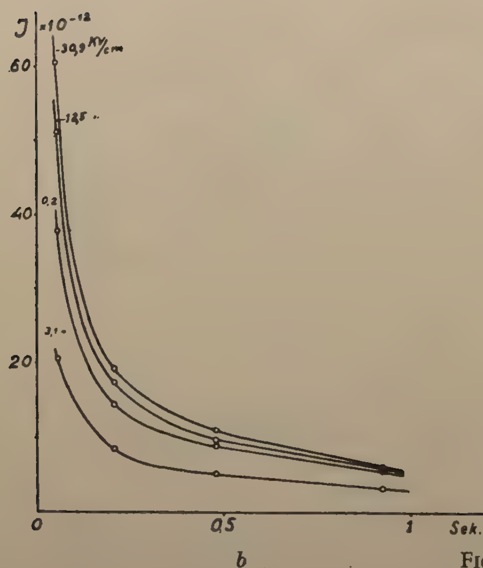
Paraffinpräparat 2; $t = 18^0 C$; *I Amp.*

Sek.			*KV/cm*			
τ	Δt	$t + \frac{\Delta t}{2}$	2,90	6,18	19,29	38,89
0,01	0,05	0,035	$38{,}8 \cdot 10^{-12}$	$79{,}8 \cdot 10^{-12}$	$177{,}8 \cdot 10^{-12}$	$205{,}2 \cdot 10^{-12}$
0,06	0,24	0,18	25,7 „	47,0 „	75,1 „	79,8 „
0,30	0,30	0,45	16,3 „	25,8 „	32,7 „	32,7 „
0,6	0,6	0,9	11,4 „	17,9 „	20 „	21,3 „
1,62	1,1	2,17	6,6 „	8,7 „	9,5 „	9,5 „

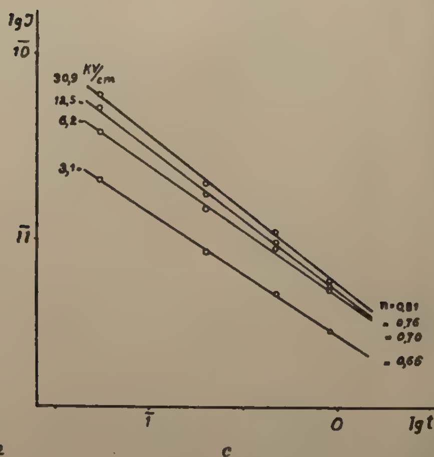
Eine weitere Bestrahlung mit γ-Strahlen bedingt zwar eine Vergrösserung des Anfangsstromes, ändert jedoch nichts am allgemeinen Charakter der Erscheinung. In Tab. 8 sind die Ergebnisse für das Präparat Nr. 2 dargestellt, das einer nochmaligen Bestrahlung mit γ-Strahlen während 72 Stunden ausgesetzt wurde, wobei die Messungen 8 Tage nach Entfernung der Strahlungsquelle ausgeführt wurden. In Fig. 14 sind die logarithmischen Stromzeitkurven aus Fig. 3*c*, 12*a* und 13*a* für die Feldstärke



a



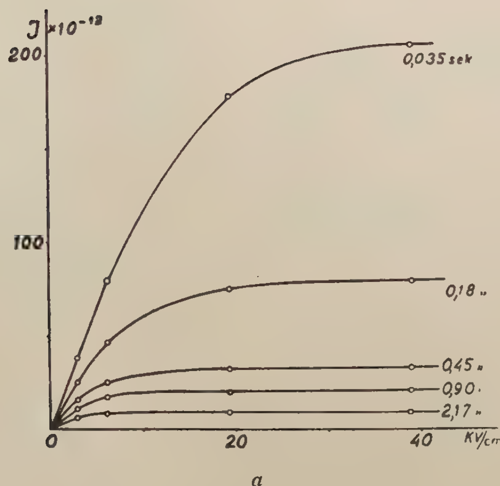
b



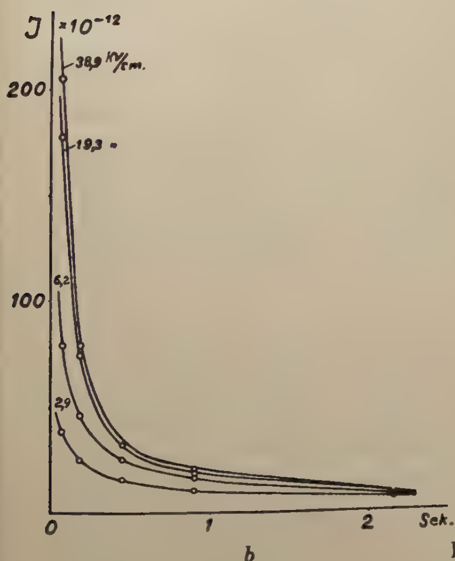
c

FIG. 12

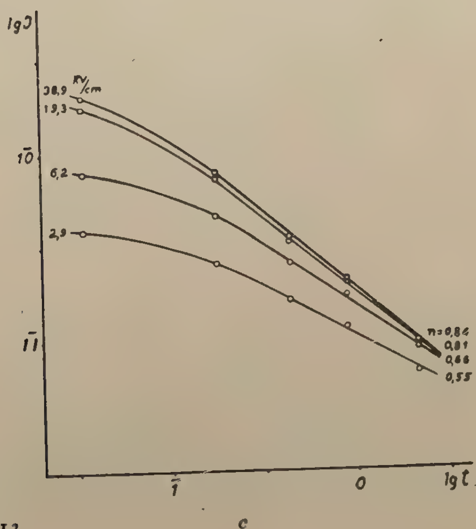
$E = 20\ KV/cm$ zusammengestellt; wie man ersieht, kann der geradlinige Teil der Charakteristiken durch die Formel $I = At^{-n}$ dargestellt werden, wobei die entsprechenden n-Werte in den Abbildungen neben den Kurven angegeben sind. Nach der in §2 beschriebenen Methode wurde die



a



b



c

FIG. 13

Gegenspannung für das Präparat Nr. 2 und den Zeitpunkt $\tau_1 = 0{,}5$ *Sek.* bei $V = 410$ *Volt* nach 72-stündiger Belichtung mit γ -Strahlen (im stationärem Zustand) gemessen. Man erhielt $P_0 = 350$ *Volt*, also einen Wert, der ungefähr 85% von V beträgt. Daraus folgt, dass im mit γ -Strahlen be-

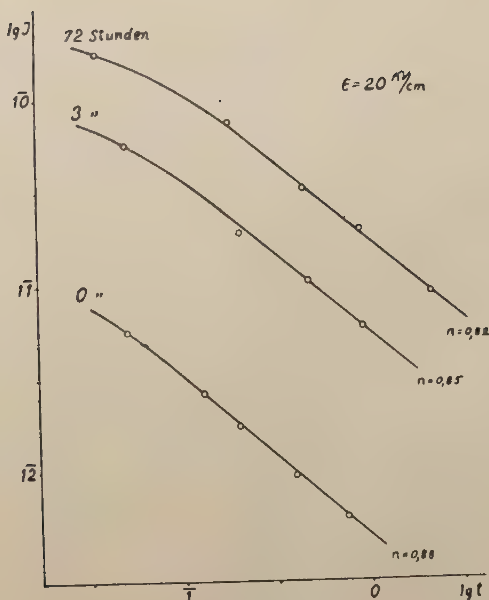


Fig. 14

strahlten Paraffin, ähnlich wie im natürlichen Paraffin, die Gegenspannung sehr schnell mit der Zeit zunimmt.

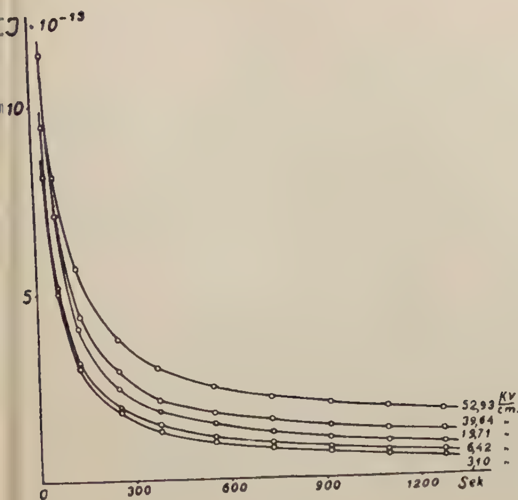
Parallel mit den Anfangsstrommessungen wurden Messungen der in den späteren Zeiten fliessenden Ströme durchgeführt. Für das Präparat Nr. 2 wurden Messungen nach 3 und 72-stündiger Bestrahlung mit γ-Strahlen vorgenommen. Da die Ergebnisse in beiden Fällen sehr ähnlich sind, werden nur die Zahlen für die 72-stündige Bestrahlung angeführt (Tab. 9).

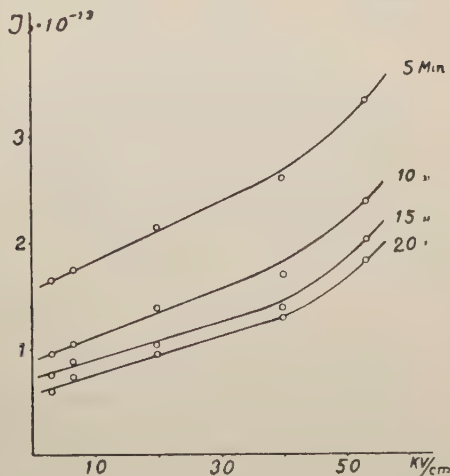
Tabelle 9

Paraffinpräparat 2;
$t = 22^0 C$; $I \cdot 10^{18}$ *Amp.*

KV/cm \ Sek.	33	64	128	250	375	550	750	912	1093	1270
3,10	8,12	5,0	3,0	1,84	1,32	1,0	0,80	0,75	0,65	0,60
6,42	9,48	5,17	3,16	1,96	1,46	1,14	0,95	0,84	0,76	0,67
19,71	11,38	7,11	4,07	2,47	1,84	1,52	1,26	1,08	0,99	0,95
39,64	11,38	7,11	4,38	2,84	2,11	1,78	1,63	1,42	1,30	1,26
52,93	—	8,12	5,69	3,79	3,0	2,47	2,19	2,03	1,90	1,78

Eine Reihe von Spannungen wurden während je 25 Minuten angelegt, in Abständen von je mehreren Stunden, in welchen die Elektroden des Präparats kurzgeschlossen blieben. Die Zahlenwerte der Tabelle 9 sind durch die Kurven in Fig. 15*a* graphisch dargestellt. Wie man ersieht, nehmen nach einigen Minuten die den einzelnen Spannungen entsprechenden Ströme verschiedene Werte an, ähnlich wie das im natürlichen Paraffin der Fall ist (vergleiche Fig. 11*a*), nur ist jetzt der Verlauf der Stromspannungscharakteristiken ein anderer. Fig. 15*b* stellt die aus Fig. 15*a* erhaltenen Charakteristiken für die Zeitpunkte $t = 5, 10, 15, 20$ Minuten dar. Ähnliche Kurven hat C. Białobrzeski (*3*) für dünne, mit *Ra*-Strahlen bestrahlte Paraffinschichten erhalten, wobei der Strom immer nach $^1/_2$ Minute vom Moment der Anlegung der Spannung an gemessen wurde. In Fig. 16





a FIG. 15 *b*

ist in logarithmischer Skala die Stromzeitcharakteristik (obere Kurve) für $E = 39{,}6$ *KV/cm* und für die Zeiten von 0,035 bis 1269 *Sek.* nach 72-stündiger Belichtung (Präparat Nr. 2) angegeben, entsprechend den Zahlenwerten aus Tab. 8 und Fig. 13.

Zum Vergleich ist auch die Charakteristik für das Präparat Nr. 1 (untere Kurve) des natürlichen Paraffins bei der Feldstärke $E = 47{,}7$ *KV/cm* angegeben (die Zahlenwerte sind der Tab. 2, Fig. 3*b* und Tab. 6 entnommen). Diese Charakteristiken sind als typisch zu betrachten, sowohl für natürliches, als auch für das mit γ-Strahlen bestrahlte Paraffin.

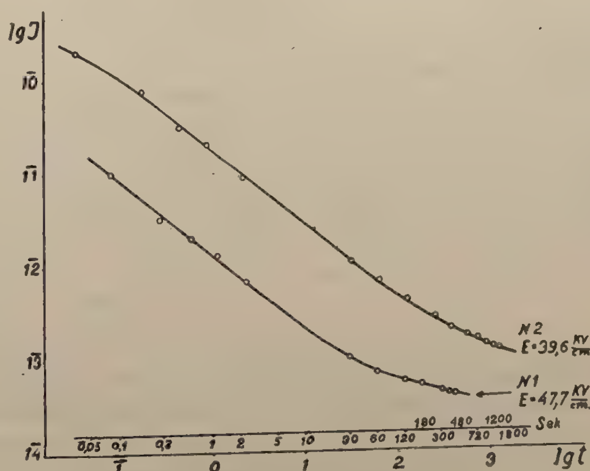


FIG. 16

§ 4. *Besprechung der Ergebnisse*

Es soll hier nicht der Versuch gemacht werden, die physikalische Natur der Anfangsströme und Gegenspannungen im Paraffin zu erörtern, vielmehr soll nur eine kurze Übersicht der erhaltenen experimentellen

Ergebnisse und eine möglichst allgemeine Einteilung der hier auftretenden Erscheinungen gegeben werden.

Auf Grund der gefundenen Abhängigkeit des Anfangsstromes und der Gegenspannung von der Zeit (s. Fig. 5 und 10) kann man sich leicht überzeugen, dass in den anfänglichen Zeitpunkten das Superpositionsprinzip (5) erfüllt ist. Danach beträgt, wenn in den Zeitpunkten $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_k$ positive oder negative Potentialsprünge $\Delta V_1, \Delta V_2, \ldots, \Delta V_k$ stattfinden, der resultierende Strom im Zeitpunkt t:

$$I = \Delta V_1 f(t - \delta_1) + \Delta V_2 f(t - \delta_2) + \ldots + \Delta V_k f(t - \delta_k). \tag{1}$$

Im natürlichen Paraffin ist für nicht allzu grosse Spannungen der Anfangsstrom der angelegten Potentialdifferenz proportional (Fig. 3) und demgemäss kann die Stromabhängigkeit von der Spannung und der Zeit in der Gestalt $I = Vf(t)$ dargestellt werden, wo $f(t)$ eine abnehmende Funktion der Zeit bedeutet, die für $t = 0$ einen endlichen Wert hat. Die Messung der Gegenspannung beruht darauf, dass im Zeitpunkt $\delta_1 = 0$ die Potentialdifferenz V angelegt und im Zeitpunkt $t = \delta_2$, den wir mit τ_1 bezeichnet haben, die Potentialdifferenz plötzlich um einen solchen Wert $V - P_{\tau_1}$ verkleinert wird, dass der Strom im Messkreis gleich 0 wird.

Auf Grund der Formel (1) kann man

$$0 = Vf(\tau_1) - (V - P_{\tau_1}) f(0)$$

schreiben, wo $Vf(\tau_1)$ die Intensität des Stromes bedeutet, der im Dielektrikum nach Verlauf der Zeit τ_1 vom Moment der Anlegung der Spannung fliesst und $f(0)$ den Anfangsstrom für die Potentialdifferenz 1 *Volt* darstellt. Wenn also das Superpositionsprinzip erfüllt ist, so müssen die für verschiedene Zeiten berechneten Ausdrücke

$$f(0) = \frac{I_{\tau_1}}{V - P_{\tau_1}} \tag{2}$$

einander gleich sein. In Tab. 10 befinden sich die aus den Tabellen 2c und 5 berechneten oder aus den entsprechenden Kurven extrapolierten Werte I_{τ_1} und P_{τ_1}, sowie die daraus nach Formel (2) erhaltenen Werte von $f(0)$ (Spalte 5). Wie man sieht, unterscheiden sich die einzelnen Werte von $f(0)$ vom Mittelwert um weniger als 12%. Dieses Ergebnis ist mit Hinsicht auf die Schwierigkeiten in der Bestimmung von P_0 als befriedigend zu betrachten.

Aus den angeführten Daten geht hervor, dass der Anfangsstrom im Paraffin das Superpositionsprinzip erfüllt, also einen Rückstandsstrom darstellt.

Tabelle 10

$V = 1230$ *Volt*; $t \cong 21^0 C$

τ_1	I_{τ_1} *(Amp.)*	P_{τ_1} *(Volt)*	$f(0) = \frac{I_{\tau_1}}{V - P_{\tau_1}}$
0,055	$9\ 10^{-12}$	565	$1{,}35\ 10^{-14}$
0,13	5,2 „	815	1,25 „
0,20	3,58 „	920	1,15 „
0,40	1,84 „	1065	1,12 „
0,50	1,60 „	1097	1,20 „

Mittelwert der $f(0) = 1{,}21 . 10^{-14}$

Wie man aus Fig. 16 ersieht, ist sowohl im natürlichen (Nr. 1) als auch im mit γ-Strahlen bestrahlten Paraffin (Nr. 2) die Geschwindigkeit der Stromabnahme mit der Zeit am Anfang grösser, als in den späteren Zeiten. Im natürlichen Paraffin tritt die Umbiegung der Charakteristik deutlich schon nach einer halben Minute vom Augenblick der Anlegung der Spannung auf, im bestrahlten Paraffin macht sich die Umbiegung etwas später bemerkbar und ist weniger ausgeprägt; in den anfänglichen Zeiten sind beide Charakteristiken zueinander parallel. Die Stromspannungscharakteristiken verlaufen ebenfalls in den anfänglichen (Fig. 3, 12*a*, 13*a*) und in den späteren Zeiten (Fig. 11*b*, 15*b*) verschieden, was besonders deutlich in dem mit γ-Strahlen bestrahlten Paraffin ausgeprägt ist.

Aus dieser Zusammenstellung folgert man leicht, dass im elektrischen Strom, der das Paraffin durchfliesst, zwei prinzipiell verschiedene Komponenten zu unterscheiden sind. Die eine nimmt schneller mit der Zeit ab und ist mit der Entstehung des Rückstands verbunden, die andere sinkt langsamer mit der Zeit und ist wahrscheinlich durch die Elektrizitätsleitung im Paraffin bedingt.

Ein Vergleich der Fig. 3*c*, 12*a* und 13*a* zeigt eine starke Zunahme der Anfangsströme nach der Bestrahlung des Paraffins mit γ-Strahlen, wobei nach Bestrahlung grössere Abweichungen von der direkten Proportionalität zwischen der Stromintensität und der Spannung als im natürlichen Paraffin auftreten. Wie sich aus Fig. 13*b* ergibt, laufen ungefähr 2 Sekunden nach Anlegung der Spannung die Stromzeitcharakteristiken für den untersuchten Spannungsbereich beinahe zusammen, jedoch für die späteren Zeiten (Fig. 15*a*) gehen sie deutlich auseinander, wobei die Stromspannungscharakteristiken eine sonderbare Gestalt annehmen, die in Fig. 15*b* dargestellt ist. Es hat den Anschein, als ob die erste Komponente des Stromes, die dem Rückstandsstrom entspricht, schon nach kurzer Zeit (von der Grössenordnung einiger

Sekunden) von der angelegten Potentialdifferenz unabhängig wird, während der zweite Stromanteil, der der elektrischen Leitung im Paraffin entspricht, mit der angelegten Potentialdifferenz stets zunimmt. Die Kurven in Fig. 15 stellen den Gesamteffekt dar. Der Unterschied im Verlauf der dem natürlichen Paraffin (Fig. 3*c* und 11) und der dem mit γ-Strahlen bestrahlten Paraffin (Fig. 13 und 15) entsprechenden Charakteristiken ist dadurch bedingt, dass wahrscheinlich die Bestrahlung des Paraffins eine grössere Zunahme des Rückstandsstromes als des Leitungsstromes hervorruft. Zur genaueren Kenntnis der Natur der hier stattfindenden Erscheinungen sind weitere experimentelle Untersuchungen nötig. Insbesondere müssen die während der Bestrahlung mit ionisierenden Strahlen vorgehenden Prozesse, das Intensitätsverhältnis des Rückstands- und Leitungsstromes und die Temperaturabhängigkeit erforscht werden. Die Ergebnisse der betreffenden Untersuchungen werden in weiteren Publikationen veröffentlicht werden.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, dem Leiter des Instituts, Herrn Professor Cz. BIAŁOBRZESKI, für das Interesse an dieser Arbeit und die wertvollen Ratschläge während ihrer Ausführung meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

Streszczenie

Wypracowaną przez autora metodą elektrometryczną zostały zbadane w temperaturach pokojowych i pod stałymi napięciami prądy, płynące przez parafinę w chwilach początkowych (od 0,05 do ~2 *sek.* po przyłożeniu napięcia) i w czasach dalszych (od ~1 do ~20 minut po przyłożeniu napięcia). Zbadano również napięcia wsteczne, powstające w parafinie po przyłożeniu stałego pola elektrycznego. Stwierdzono, że po upływie czasu rzędu sekundy od chwili przyłożenia napięcia elektrycznego wytwarza się w parafinie napięcie wsteczne, nie wiele różniące się od wartości napięcia przyłożonego. Badania przeprowadzono dla parafiny naturalnej i naświetlonej promieniami γ. Z kształtu otrzymanych charakterystyk wywnioskowano, że prąd elektryczny, obserwowany w parafinie, jest efektem sumarycznym prądu absorbcyjnego i prądu przewodzonego o zasadniczo odmiennych własnościach.

Literaturverzeichnis

1. BECQUEREL, H.: *C. R.* **136**, 1173 (1903).
2. BERAN, O. und QUITTNER, F.: *ZS. f. Phys.* **64**, 760 (1930).
3. BIAŁOBRZESKI, C.: *Le Radium* **7**, (1910).
4. JAFFÉ, G.: *Ann. d. Phys.* **16**, 217 (1933).
5. v. SCHWEIDLER, E.: *Ann. d. Phys.* **24**, 711 (1907).
6. ŚCISŁOWSKI, W.: *Acta Phys. Pol.* **4**, 123 (1935).
7. SEIDL, F.: *ZS. f. Phys.* **73**, 45 (1932).
8. SEIDL, F.: *ZS. f. Phys.* **99**, 695 (1936).
9. ZAROUBINE, A.: *Le Radium* **9**, 385 (1912).

Sur la mesure de la mobilité des ions dans les liquides diélectriques très visqueux (l'huile de paraffine)

O pomiarach ruchliwości jonów w bardzo lepkich cieczach dielektrycznych (olej parafinowy)

Par J. ŚWIĘTOSŁAWSKA-ŚCISŁOWSKA et I. ADAMCZEWSKI, Varsovie, Institut de Physique Théorique de l'Université Joseph Piłsudski

(Manuscrit reçu le 28 Janvier 1938)

On a déterminé à l'aide d'une méthode expérimentale directe très simple la mobilité des ions dans l'huile de paraffine à coefficient de viscosité $\eta = 1{,}73$. Les valeurs trouvées de la mobilité des ions sont de l'ordre de $10^{-6} \frac{cm}{sec.} \cdot \frac{cm}{volt}$.

§ 1. *Introduction*

Les mesures de la mobilité des ions constituent dans le développement de plus en plus intense des études sur la conductivité des diélectriques liquides une part importante liée aux études sur le mécanisme du mouvement des ions dans les milieux visqueux.

Il est important pour ce problème de compléter les données expérimentales obtenues jusqu'à présent en déterminant les valeurs du coefficient de la mobilité des ions dans les liquides à grande viscosité.

Toutefois, en vue du fait que la mobilité des ions dans les liquides mentionnés est plus de 10^6 fois plus faible que la mobilité des ions gazeux, ces mesures rencontrent, au point de vue technique, des difficultés très sérieuses. Ces difficultés ne permettent pas l'emploi de méthodes applicables aux gaz et liquides diélectriques à viscosité moins forte.

L'emploi des méthodes indirectes qui consiste le plus souvent à appliquer quelqu'unes des formules de la théorie des ions gazeux rencontre

une série d'objections à cause de la différence notable des opinions sur la nature de la conductivité des diélectriques liquides.

Dans le présent travail les auteurs se sont proposé d'employer une méthode expérimentale directe très simple qui permet la mesure de la mobilité des ions dans les diélectriques liquides très visqueux. A l'aide de cette méthode les auteurs ont déterminé la mobilité des ions dans l'huile de paraffine.

§ 2. *Principe de la méthode*

Un faisceau de rayons X (fig. 1) provenants d'un tube RÖNTGEN (type SEEMANN), limité par la fente S de 1 — 1,5 *mm* de largeur protégée par du plomb de 3 *cm* d'épaisseur ionisait la couche AC du liquide diélectrique étendu sur l'électrode inférieure du condensateur plan K. Après quelques minutes on écartait la source du rayonnement, on appliquait à l'électrode inférieure la tension d'une batterie d'accumulateurs, après quoi on mettait immédiatement au sol l'électromètre relié à l'électrode supérieure

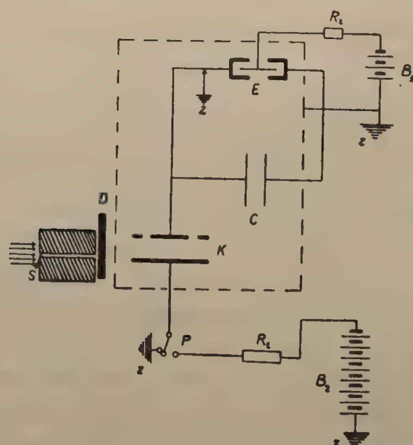


FIG. 1 — Schéma général de l'appareillage de mesure

K — condensateur contenant le liquide étudié;
C — condensateur supplémentaire;
E — électromètre à quadrants;
P — commutateur;
B_1 et B_2 — batteries d'accumulateurs;
S — fente, protégée par du plomb de 3 *cm* d'épaisseur;
D — diaphragme en plomb de 5 *mm* d'épaisseur pouvant être déplacé à volonté;
R_1 — résistance à eau de $10^6 \Omega$ environ;
R_2 — résistance en silice de $5.10^6 \Omega$;
Z — mise au sol.

Les lignes en pointillé désignent des feuilles de zinc de 0,5 *mm* d'épaisseur assurant une protection électrostatique des conducteurs.

du condensateur K en observant le mouvement de l'indicateur de l'électromètre sur l'échelle.

La sensibilité de l'appareillage de mesure atteignait $1,67.10^{-3}$ unités électrostatiques par division de l'échelle *(mm)*.

Au cours de l'irradiation un certain nombre d'ions était produit (on n'obtenait pas en général d'état stationnaire) qui, sous l'effet du champ électrique, acquéraient un mouvement vers l'électrode opposée.

Au moment de leur arrivée à cette électrode la vitesse avec laquelle l'électromètre se chargeait augmentait distinctement. Cette progression durait quelques dizaines de secondes après quoi la vitesse diminuait jusqu'à la valeur primitive.

L'intensité du champ et la distance entre les électrodes étaient choisies de manière à ce que le temps nécessaire aux ions pour traverser l'espace entre les deux électrodes soit assez grand pour rendre possible l'observation précise du changement de vitesse du mouvement de l'indicateur de l'électromètre et que la période d'oscillation de ce dernier ne joue pas un trop grand rôle.

Le moment le plus important pour la mesure était celui où la vitesse du mouvement de l'indicateur diminuait jusqu'à sa valeur primitive, car ce moment correspondait au temps nécessaire pour que la couche entière traverse l'espace entre les électrodes.

Le schéma idéalisé du rapport entre la charge croissante apportée par les ions et le temps t qui s'écoule depuis le moment de l'application de la tension (en cas d'existence seulement d'un genre d'ions du même signe) est presenté dans la fig. 2*a*. A côté la fig. 2*b*, représente l'image schématique de la vitesse de la croissance de la charge en fonction du temps t.

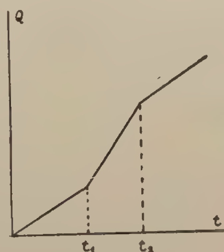


FIG. 2*a*

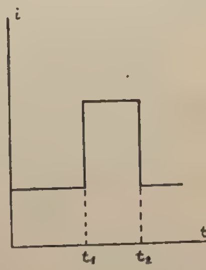


FIG. 2*b*

Les temps t_1 et t_2 correspondent sur ce schéma aux moments où le commencement et la fin de la couche des ions AC atteignent l'électrode supérieure.

La connaissance de la valeur de t_2 est essentielle; cette valeur correspond au moment auquel les ions situés près de l'électrode inférieure, après avoir franchi l'espace entre les électrodes du condensateur, arrivent à l'électrode supérieure.

En désignant la tension du champ électrique en $\frac{volt}{cm}$ par E nous obtenons la mobilité u des ions sous la forme simple: $u = \frac{d}{E \cdot t_2} \left[\frac{cm}{sec.} \cdot \frac{cm}{volt}\right]$.

Nous observons pendant une mesure la charge apportée par les ions du même signe; pour obtenir la mobilité des ions du signe opposé il faut changer le sens du champ appliqué.

L'image schématique du phénomène présentée ci-dessus correspond seulement aux principes les plus simples. En réalité le commencement et la fin de la couche ionisée ne sont pas bien définis à cause de la divergence du faisceau traversant la fente de plomb, du phénomène photoélectrique sur les parois du condensateur et dans le liquide lui même et enfin à cause de la recombinaison, de la diffusion et de l'absorption des ions.

En cas d'existence de plus d'un groupe d'ions à mobilités diverses, mais peu différentes, plusieurs perturbations apparaitraient sur les courbes en les déformant.

§ 4. *Propriétés physico-chimiques de l'huile de paraffine*

L'huile de paraffine utilisée pure a été fournie pure par établissements chimiques. Elle était le produit de distillation sous basse pression du pétrole à point d'ebullition au-dessus de $360^0 C$.

Au point de vue chimique c'est surtout une combinaison d'hydrocarbures aromatiques avec un supplément éventuel d'hydrocarbures aliphatiques.

Les auteurs purifiaient le liquide étudié de la manière suivante: d'abord ils le séchaient avec du sodium métallique et ensuite le filtraient à l'aide d'une pompe à travers un filtre de SCHOTT très fin.

A la température de $19^0 C$ la densité des échantillons étudiés, mesurée à l'aide d'un picnomètre et d'un aréomètre, était de $0{,}8854\ gr/cm^3$.

Le coefficient de viscosité a été mesuré par deux méthodes différentes dont l'une, à l'aide d'un viscosimètre d'après OSTWALD, consiste à comparer les temps de passage du liquide étudié et du liquide étalon à travers un tube capillaire étroit, et l'autre, à l'aide d'un viscosimètre de HÖPLER, consiste à mesurer le temps de chute d'une sphère en verre ou en métal pour les deux liquides différents. Les viscosités étaient calculées à partir de mesures relatives de l'huile de paraffine par rapport à une solution aqueuse de la glycérine et puis de celle-ci par rapport à l'eau distillée. La viscosité de l'eau a été prise des tables de constantes.

A $19 \mp 0{,}5^0 C$ la valeur moyenne du coefficient de viscosité déterminée par six mesures différentes est $\eta = 1{,}73 \pm 0{,}08$ *(poises)*.

A cause de la faible précision de la méthode électrique de mesure du coefficient de la mobilité des ions, des mesures plus exactes du coefficient de viscosité n'étaient pas nécessaires.

Pour purifier finalement l'huile de paraffine on le soumettait à l'action d'un champ électrique constant de l'ordre de 2000 *volt/cm*, ce qui avait

pour résultat de faire décroître la conductivité spontanée du liquide jusqu'à une valeur de l'ordre de $10^{-18} \Omega^{-1} cm^{-1}$.

§ 5. *Résultats des mesures de la mobilité des ions*

Les auteurs ont exécuté pour plusieurs échantillons de l'huile de paraffine de nombreuses mesures de la mobilité des ions des deux signes selon la méthode décrite dans le paragraphe 3.

Dans les fig. 3 et 4 sont representés les résultats d'une des mesures pour les ions positifs; d etait égal à 0,3 cm, E—à 1900 $\frac{volt}{cm}$; la tension appliquée au tube à rayons X était égale à 40 KV, l'intensité du courant à 5 mA.

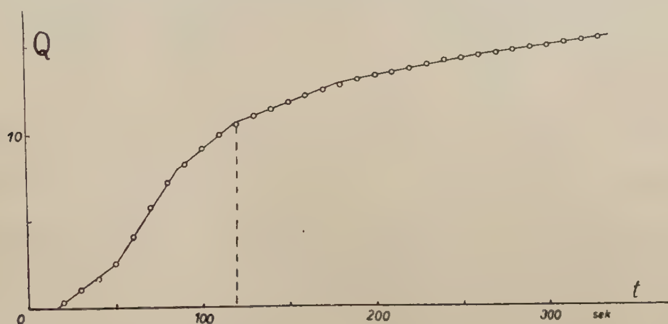


FIG. 3

$Q = f(t)$; une division de l'ordonné est égale à 0,033 unités électrostatiques.

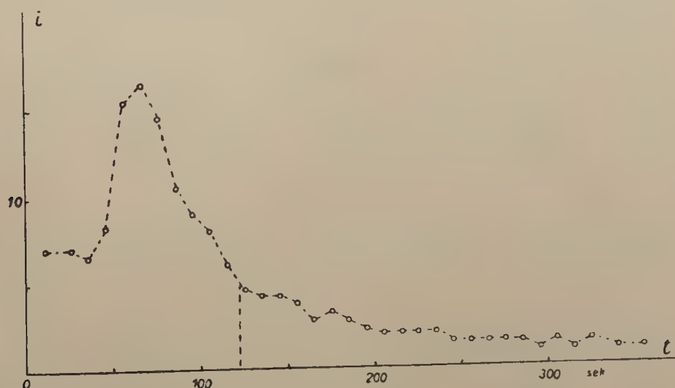


FIG. 4

$i = f(t)$; une division de l'ordonné est égale à 10^{-13} *amp.*

On voit que le caractère général des courbes est conforme au schéma ébauché dans le paragraphe 3.

La fig. 3 aussi bien que la fig. 4 indiquent une augmentation distincte (de 3 ou 4 fois) de l'intensité du courant qui correspond à l'arrivée de la couche ionisée à l'électrode réceptrice.

Les limites de la couche étaient légèrement diffuses; il était donc difficile de déterminer exactement le temps pendant lequel la couche d'ions traversait l'espace entre les électrodes du condensateur.

Les auteurs cherchaient avant tout de déterminer la mobilité de ces ions qui étaient produits en grande majorité et dont la présence s'accentuait d'une manière particulièrement forte par l'existence du maximum de la courbe: $i = f(t)$; à cause des irrégularités dans la partie descendante de la courbe l'erreur des valeurs de la mobilité était relativement importante et atteignait parfois 30%. Dans ces limites sont comprises toutes les valeurs obtenues pour des valeurs différentes de d (0,5—1 cm). et de E (1000—2960 $\frac{volt}{cm}$).

Les valeurs moyennes de 10 mesures sont: pour les ions positifs $2.10^{-6} \frac{cm}{sec.} \frac{cm}{volt}$, pour les ions négatifs $1,3.10^{-6} \frac{cm}{sec.} \frac{cm}{volt}$; ceux-ci sont les plus nombreux. Cependant, on remarque facilement une série de points anguleux moins nets sur les courbes: $Q=f(t)$ et $i=f(t)$; il est donc possible qu'il existe dans l'huile de paraffine quelques autres genres d'ions moins nombreux à mobilités contenues dans les limites de 13.10^{-6} à $5.10^{-7} \frac{cm}{sec.} \cdot \frac{cm}{volt}$.

A cause de la sensibilité restreinte de l'appareillage de mesure et du nombre insignifiant de ces ions les auteurs n'ont pas fait de mesures plus exactes de leurs mobilités.

Les valeurs obtenues des mobilités sont à peu près 100 fois plus faibles que les valeurs dans les autres liquides diélectriques pour lesquels ont été exécutées des mesures directes, et sont environ 10^6 fois plus petites que les valeurs de la mobilité des ions gazeux.

Il est impossible de comparer les résultats de ce travail aux résultats des travaux antérieurs; ces derniers ne contiennent pas de valeurs du coefficient de viscosité et les valeurs de la mobilité des ions qu'on y troure sont trop peu précises.

Si on insere la valeur de la viscosité obtenue dans le présent travail dans la relation expérimentale $u = \frac{A}{\eta^{3/2}}$ établie par I. ADAMCZEWSKI *(1)* pour une série d'hydrocarbures du groupe $C_n H_{2n+2}$, on trouve une mobilité de l'ordre de $10^{-8} \frac{cm^2}{sec.\ volt}$, donc à peu prés 100 fois plus petite que la mobilité mesurée. Il faut, par conséquent, admettre que la structure

des ions étudiés différe fortement de celle des ions formés dans les composés $C_n H_{2n+2}$.

Les auteurs tiennent à exprimer leurs remerciements sincères à M. le Professeur C. BIAŁOBRZESKI pour les bienveillants conseils qu'il a bien voulu leur prodiguer au cours de ce travail.

Streszczenie

Przy pomocy prostej bezpośredniej metody doświadczalnej określono ruchliwość jonów w oleju parafinowym o współczynniku lepkości $\eta=1{,}73$. Znalezione wartości ruchliwości jonów są rzędu $10^{-6}\ \frac{cm}{sek.} \cdot \frac{cm}{wolt.}$

Bibliographie

1. ADAMCZEWSKI I.: *Ann. de Phys.* **8**, 309 (1937).

La relation entre la mobilité des ions et la température dans les liquides diélectriques

Zależność ruchliwości jonów w cieczach dielektrycznych od temperatury

Par I. ADAMCZEWSKI, Varsovie, Institut de Physique Théorique de l'Université Joseph Piłsudski

(Manuscrit reçu le 28 Janvier 1938)

On a mesuré la mobilité (u) des ions dans l'huile de paraffine et son coefficient de viscosité (η) en fonction de la température. En se basant sur la relation $u = f(\eta)$ on peut supposer que la loi de STOKES est valable pour le présent cas.

§ 1. *Introduction*

La conductivité des diélectriques liquides attire de plus en plus l'attention des physiciens non seulement à cause des progrès récents de la théorie générale de la conductivité électrique de la matière, mais aussi en vue des multiples applications de ces liquides dans la technique des hautes tensions et dans les recherches sur l'ionisation produite par les rayons α, β et γ, ainsi que par les rayons cosmiques.

Cette dernière application est d'autant plus importante que l'expérience indique une analogie intime entre la conductivité des liquides diélectriques ionisés et celle des gaz, en particulier des gaz sous haute pression qui sont fréquemment employés dans les chambres d'ionisation.

L'hypothèse d'après laquelle la conductivité de ces liquides serait due à la formation d'ions sous l'action d'un agent ionisant extérieur rend bien compte du caractère général des phénomènes; les écarts qu'on observe par rapport aux gaz sous une pression normale peuvent être expliqués par une recombinaison initiale d'un type particulier.

De nombreuses recherches relatives aux diélectriques liquides ont été consacrées, jusqu'à présent, à l'étude des coefficients caractéristiques pour

la conductivité dans les champs faibles, notamment des coefficients de mobilité, de viscosité et de diffusion des ions.

L'objet du présent travail est l'étude de l'influence de la température sur la mobilité des ions; il se rattache donc à la question des lois de mouvement des ions dans un milieu à grande viscosité, question évidemment fondamentale dans la théorie de la conductivité des liquides diélectriques.

L'étude du rapport entre la mobilité des ions et le coefficient de viscosité peut être conduite par deux voies différentes: soit par la mesure de la mobilité des ions dans plusieurs liquides de viscosités différentes, soit dans un seul liquide, mais à des températures variables, à condition qu'on connaisse les valeurs du coefficient de viscosité du liquide étudié en fonction de la température.

La première de ces méthodes, pour être correcte, doit être limitée à des liquides provenant du même groupe chimique, afin que les ions aient la même structure et les mêmes dimensions; ces conditions semblent toujours remplies dans la seconde méthode.

La première méthode a été employée par C. BIAŁOBRZESKI *(2)* et I. ADAMCZEWSKI *(1)*. Les résultats de ces recherches sont résumés au paragraphe 9; dans la présente recherche, l'auteur s'est servi de la seconde méthode qui jusqu'à présent n'a été employée que pour des études plutôt qualitatives.

Les travaux relatifs à l'influence de la température sur la conductivité tant spontanée que produite par des agents ionisants extérieurs dans les liquides diélectriques avaient pour but principal l'établissement de la caractéristique courant-tension pour diverses températures et pour diverses intensités du champ électrique.

§ 2. *Choix de la méthode de mesure*

Afin d'obtenir une réponse à la question posée il fallait mesurer la mobilité des ions par une des méthodes directes assurant une précision suffisante pour plusieurs températures dans un liquide pur de composition chimique bien déterminée.

Une série de mesures pour la température ordinaire a été exécutée par l'auteur *(1)* en employant la méthode de LANGEVIN dans le cas de plusieurs hydrocarbures saturés du type $C_n H_{2n+2}$ ionisés aux rayons X.

On rencontre toutefois d'assez graves difficultés à étendre ces mesures pour d'autres températures. En effet, la température exerçant sur la viscosité une influence relativement faible, on doit la faire varier dans des limites aussi larges que possible; or les liquides employés sont trés volatils aux températures élevées et d'autre part, aux températures basses, on

risque de les souiller par de la vapeur d'eau condensée. Un appareillage tout à fait différent de celui qui a été employé auparavant aurait donc été indispensable afin d'assurer la même précision des mesures.

Afin de pouvoir, sans perte de temps, procéder aux mesures l'auteur a profité d'une occasion qui s'est offerte au cours du montage d'un appareillage pour l'étude des rayons cosmiques. Notamment, une maisonnette en bois de dimensions $2 \times 4 \times 2,8\ m^8$ a été spécialement construite à cet effet. Or, à l'intérieur, on pouvait maintenir, en hiver, à l'aide d'un four électrique, pendant plus de dix heures une température constante à $2-3^0C$ près dans les limites de 0 à 27^0C; c'est dans ces limites qu'on peut s'attendre à des variations suffisamment grandes du coefficient de viscosité des liquides très visqueux.

L'auteur a choisi l'huile de paraffine dont le coefficient de viscosité varie de $\eta = 1,73$ pour une température de 19^0C à $\eta = 5,56$ pour $4,8^0C$.

C'est pour ce liquide que Mme J. ŚWIĘTOSŁAWSKA-ŚCISŁOWSKA et l'auteur *(7)* ont mesuré la mobilité des ions à la température ordinaire à l'aide d'une méthode directe bien simple n'exigeant pas d'appareillage compliqué pour la mesure des temps et des charges transmises, généralement employé à cet effet dans d'autres méthodes expérimentales. — C'est la même méthode que l'auteur a appliqué dans le présent travail, évidemment en y introduisant certaines modifications nécessaires. Ce travail sera dans la suite designé par *I*.

§ 3. *Description de la méthode*

Les modifications apportées à la méthode décrite dans le travail *I* consistaient principalement en ce que les rayons *X* ont été remplacés par le rayonnement γ du radium en équilibre avec ses produits de désintégration (11,96 *mg*); le radium était contenu dans des tubes en verre scellés qui, à leur tour, étaient enfermés dans une enceinte en plomb épais de forme cylindrique munie d'un orifice long et mince an centre. On a dû faire ce changement, malgré que l'action ionisatrice du corps radioactif était plus faible, les dimensions de l'abri en bois ne permettant pas d'y introduire un appareillage de haute tension pour le tube à rayons *X*. On irradiait le liquide contenu dans un condensateur plan *K*, décrit en détail dans le travail antérieur, perpendiculairement à la surface des électrodes en ionisant la couche qui se trouvait entre elles.

Après l'irradiation qui durait à peu près une heure on mettait le radium dans une boîte en plomb avec des parois de 15 à 18 *cm* d'épaisseur suffisamment éloignée de l'appareillage; on appliquait ensuite la tension provenant d'une batterie d'accumulateurs et on mesurait l'intensité du courant en fonction du temps.

Tant que l'électrode reliée à l'électromètre reçoit les ions produits par les rayons γ, l'intensité du courant est plus forte; dès que tous ces ions y sont parvenus l'intensité tombe à sa valeur normale.

Un schéma théorique idéal de la variation de l'intensité du courant en fonction du temps est représenté par un graphique dans la fig. 1; τ désigne le moment, où les ions produits au voisinage de l'électrode inférieure atteignent l'électrode supérieure.

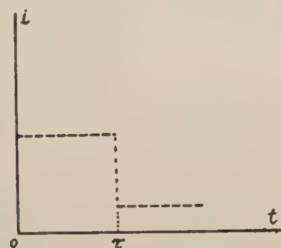


FIG. 1

En désignant par d *(cm)* la distance entre les électrodes, par $E\left(\frac{volts}{cm}\right)$ l'intensité du champ électrique et en exprimant τ en secondes on a pour la mobilité des ions la formule:

$$u = \frac{d}{E\tau} \frac{cm}{sec.} \cdot \frac{cm}{volt} \cdot$$

Toutefois, en réalité, à cause de l'action prolongée pendant l'irradiation des effets d'adsorption et de diffusion, la concentration des ions est au voisinage immédiat des électrodes de beaucoup inférieure à celle dans le reste du liquide.

D'autre part une forte déformation de la courbe a lieu également grâce à la recombinaison des ions et à l'existence de plusieurs genres d'ions de différentes mobilités mais de même signe, fait observé dans le travail *I.*

La distance entre les électrodes et la tension appliquée étaient choisies de manière à ce que le temps mis par les ions à traverser la couche du liquide soit de l'ordre de dix à quelques dizaines de minutes.

§ 4. *Description de l'appareillage électrique*

Le schéma de l'appareillage électrique se trouve dans la fig. 2. Il est pareil à celui déjà employé par l'auteur. Le seul changement important était celui de l'accroissement de la sensibilité de l'électromètre qu'on a pu porter jusqu'à 7000 divisions de l'échelle par volt, ce qui a été obtenu par l'emploi d'une suspension plus fine et plus longue de l'équipage mobile de l'électromètre et un eloignement suffisant de l'échelle. Avec cette sensibilité, l'électromètre étant relié à l'électrode de mesure, une division de l'échelle correspondait à une charge de $3{,}2 \cdot 10^{-14}$ *coul.*

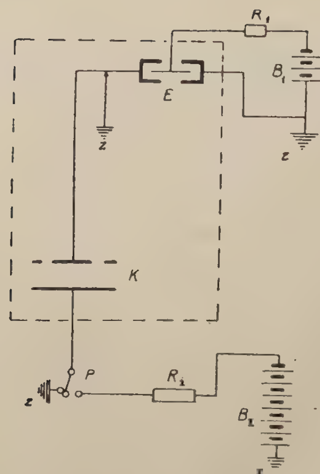


FIG. 2 — Schéma général de l'appareillage de mesure

K — condensateur contenant le liquide étudié;
E — é'ectromètre à quadrants;
P — commutateur;
B_1 et B_2 — batteries d'accomulateurs;
R_1 — résistance en silice de 5·10′ Ω;
R_2 — résistance à eau de 10′ Ω environ;
z — mise au sol.

Les lignes en pointilllé désignent des feuilles de zinc de 0,5 *mm* d'épaisseur assurant une protection électrostatique des conducteurs.

§ 5. *Propriétés physico-chimiques de l'huile de paraffine*

L'huile de paraffine employée est le produit d'une distillation dans le vide du pétrole brut à température d'ébullition supérieure à 360^0C. D'après l'avis des établissements qui l'ont fournie elle constitue principalement un mélange d'hydrocarbures cycliques saturés.

Sa densité et sa viscosité à 19^0C, d'ailleurs mesurées déjà dans *I*, sont respectivement $\rho = 0{,}884$ gr/cm^3 et $\eta = 1{,}73$ (*poises*). La première ne change que très peu avec la température, tandis que le coefficient de viscosité en dépend d'une manière très prononcée.

§ 6. *Détermination de la relation entre le coefficient de viscosité* (η) *de l'huile de paraffine et la température (T)*

La relation $\eta = f(T)$ jouant un rôle très important dans les présentes recherches, l'auteur a mesuré η à l'aide d'un viscosimètre d'OSTWALD spécialement construit, à tube capillaire de grande section, immergé dans un bain du même liquide dont la température était mesurée avec un thermomètre de précision.

L'équilibre thermique établi, on mesurait le temps nécessaire pour le passage d'un volume déterminé du liquide étudié par le tube et on comparait ce temps à celui correspondant à une température de 19^0C. On calculait le coefficient de viscosité en tenant compte des changements de la densité de l'huile.

On a admis que la valeur de ce coefficient, à 19^0C, est 1,73, d'aprés les résultats obtenus antérieurement (travail *I*), où il a été mesuré par deux

méthodes indépendantes à l'aide des viscosimètres d'OSTWALD (type différent) et de HÖPLER. La même valeur à été retrouvée à $8^0/_0$ près par l'auteur dans deux mesures effectuées à l'aide du nouveau viscosimètre et rapportées à des solutions aqueuses de glycérine servant d'étalons de viscosité.

Le tableau I et la fig. 3 contiennent les résultats des mesures du

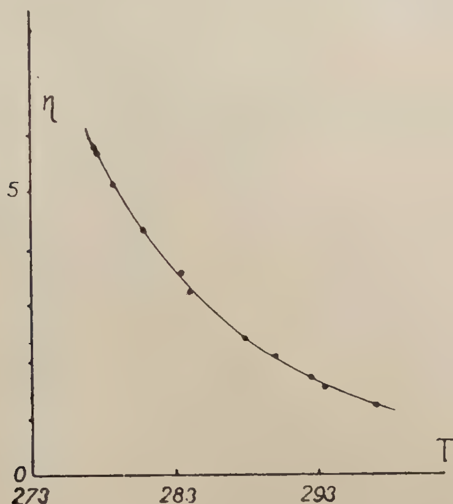


FIG. 3

$\eta = f(t)$; T en ^0K

Tableau I

T	η	$1/\eta$	$\log \eta$
277,4	5,78	0,173	1,7544
277,6	5,69	0,176	1,7387
278,8	5,14	0,1945	1,6371
280,4	4,32	0,232	1,4632
283,4	3,56	0,280	1,2698
284	3,24	0,308	1,1756
287,8	2,42	0,413	0,8838
290	2,1	0,476	0,7419
292	1,73	0,578	0,5481
293,4	1,51	0,662	0,4121
297	1,27	0,790	0,1151

coefficient de viscosité en fonction de la température. On voit que la courbe $\eta = f(T)$ a une forme tout à fait régulière. De plus, cette courbe

suit trés bien la relation théorique $\eta = A \cdot e^{-\frac{Q}{RT}}$, où T est la température absolue, A et Q deux constantes caractéristiques du liquide et R la constante de BOLTZMANN. En effet, dans le graphique de la fig. 4, dans lequel sont portés en ordonnées les logarithmes naturels de η et en abscisses $\frac{1}{T}$, la courbe obtenue est presque une ligne droite. Les valeurs numériques des coefficients sont: $A = 3{,}61 \cdot 10^{-10}$ et $\frac{Q}{R} = 6500^0\ K$.

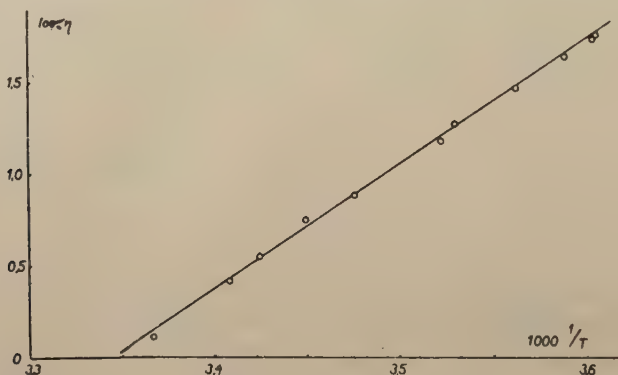


FIG. 4

§ 7. *Mesures de la mobilité des ions*

On procédait aux mesures électriques seulement lorsque un équilibre thermique entre le liquide et les corps environnants était atteint.

La température du liquide dans le condensateur K était déterminée avant et après chaque mesure; à part ça, on contrôlait pendant la mesure la température d'un liquide contenu dans un vase de forme semblable à celle du condensateur K et disposé tout près de lui.

La température était constamment la même dans les deux récipients ce qui a été constaté à plusieurs reprises avant les mesures proprement dites. Les fluctuations de la température pendant une mesure qui durait d'ordinaire de 30 à 60 *min.* ne dépassaient pas $0{,}5^0 C$.

On a mesuré, par la méthode décrite au § 3, la mobilité des ions à sept températures suivantes: 4,8; 7,3; 11,6; 13; 16,3; 19; $24^0 C$.

Pendant des mesures préliminaires on n'a pu constater aucune anomalie dans la valeur de l'intensité du courant dans le liquide non ionisé ni au moment de l'application du champ électrique ni plus tard.

Dans certaines des mesures, au début, on a irradié le liquide presque

parallèlement aux électrodes, le faisceau de rayons γ tombant également sur l'électrode inférieure. L'effet était alors un peu moins fort mais tout à fait observable.

Les indications de l'électromètre, pendant la mesure des courants dans le liquide ionisé, variaient de 200 à 5 divisions par seconde ce qui correspond à des courants de $64 \cdot 10^{-13}$ *amp.* à $1{,}6 \cdot 10^{-13}$ *amp.*

On voit dans la fig. 5 quatre courbes caractéristiques obtenues par la méthode décrite au § 3 dans les mêmes conditions expérimentales, mais pour 4 températures différentes. L'allure des courbes reste inchangée: les intensités, faibles au début, croissent rapidement (presque du simple au double) et atteignent leur maximum pour décroître ensuite jusqu'à une certaine valeur constante. Ce sont bien les effets auxquels il faudrait s'attendre d'après le schéma du § 3, si on tient compte de l'adsorption des ions sur les électrodes pendant la longue irradiation du liquide qui est suivie d'une diminution considérable de la concentration des ions au voisinage des électrodes.

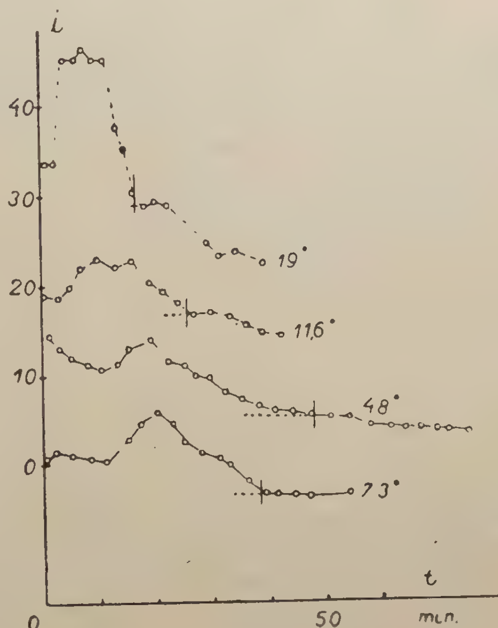


Fig. 5

$i = f(t)$; $i \times 10^{-14}$ *amp.*; la température en ^0C. Pour plus de netteté on a abaissé de 16 la courbe $7{,}3^0C$.

Les autres irrégularités sont probablement dues à divers genres d'ions de mobilités différentes dont la présence a d'ailleurs été constatée dans le travail *I*.

Vu la faible précision des mesures l'auteur n'a pas trouvé utile de chercher les valeurs des mobilités d'autres ions relativement peu nombreux; le problème posé ne l'exigeait d'ailleurs pas. Evidemment, l'auteur a mesuré la mobilité de ces ions qui apparaissent en plus grand nombre et auxquels sont dus les maxima des courbes $i=f(t)$. Pour les mêmes raisons l'auteur n'a mesuré que la mobilité des ions d'un seul signe, notamment des ions négatifs.

Il n'est cependant pas douteux que les points anguleux observés tant avant qu'après le temps τ, correspondent à certains groupes d'ions de différentes mobilités; en effet, ces points se déplacent d'une manière tout à fait régulière avec les variations des conditions expérimentales, comme la distance entre les électrodes d, l'intensité du champ E et la température.

Les valeurs du temps mis par les ions du genre étudié pour arriver à l'électrode réceptrice étaient déterminées au moyen des courbes $i = f(t)$, en trouvant la valeur de t aux points, où l'intensité du courant, après le passage par son maximum, prend une valeur constante pour la première fois et commence à suivre un segment à peu près droit et parallèle à l'axe des abscisses. Dans la suite on pouvait remarquer d'autres points anguleux, mais des maxima plus prononcés n'apparaissaient plus.

Malgré que la forme des courbes était pareille pour toutes les températures on pouvait observer toutefois qu'elles s'applatissaient aux températures basses. Afin d'assurer aux mesures une précision suffisante il fallait donc choisir pour chaque température les valeurs de d et de E de manière à ce que les points caractéristiques de la courbe soient aussi nets que possible.

Les courbes de la fig. 5 représentent la fonction $i = f(t)$ pour les mêmes valeurs des paramètres d et E; on voit la déformation progressive de la courbe, lorsque la température varie, et le déplacement du point τ indiqué par des traits verticaux.

On a pris pour valeurs définitives de la mobilité des ions les moyennes de 2 à 3 mesures. De cette manière la précision est de l'ordre de 10 à 15 pour cent. C'est dans ces limites qu'est contenue la valeur pour 19°C par rapport à celle mesurée dans le travail *I*. Les résultats des mesures des mobilités des ions ainsi que du coefficient de viscosité pour sept températures différentes sont réunis dans le tableau II; la variation de la mobilité en fonction de la température est exprimée par le graphique de la fig. 6.

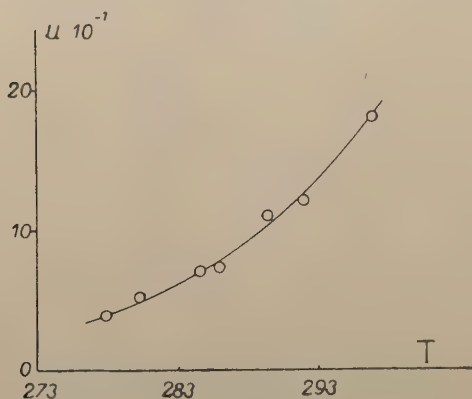


Fig. 6

$u = f(T)$; u en $\frac{cm.\ cm}{sec.\ volt}$; T en ^0K.

Tableau II

T	η	$1/\eta$	$u.10^{-7}$ $\frac{cm.\ cm}{sec.\ volt}$
277,8	5,56	0,180	0,95
280,3	4,50	0,222	4,87
284,6	3,18	0,314	7,14
286	2,85	0,350	7,4
289,3	2,25	0,444	10,9
292	1,73	0,578	12,0
297	1,27	0,790	18,0

La courbe est convexe du côte de l'axe des abscisses.

On va donner au paragraphe suivant la relation entre la mobilité des ions et la viscosité. Cette relation, en connexion avec celle établie au § 6 (viscosité en fonction de la température), montre que la courbe de la fig. 6 est de la forme:

$$u = A \cdot e^{-\frac{Q}{RT}},$$

où A, Q et R ont été définis plus haut.

On trouve une certaine analogie entre cette courbe et les résultats que A. M. TYNDALL et A. F. PEARCE *(8)* ont obtenus en étudiant l'influence de la température (à pression constante) sur la mobilité des ions dans l'azote et l'hélium.

Les variations de la mobilité des ions avec la température sont toutefois beacoup plus prononcées dans l'huile de paraffine; en effet, la mobilité des ions dans l'huile de paraffine augmente trois fois tandis que dans les mêmes limites de température dans l'azote ou l'hélium elle n'augmente que de quelques pour cent à peine.

§ 8. *Relation entre la mobilité des ions et la viscosité du milieu*

Les nombres du tableau II permettent d'établir une relation entre la mobilité des ions et la viscosité du liquide. Cette relation est représentée graphiquement dans la fig. 7 (courbe $u = f(\eta)$) et dans la fig. 8 (courbe $u = f\ (1/\eta)$). On voit qu'elle est hyperbolique aux erreurs expérimentales près.

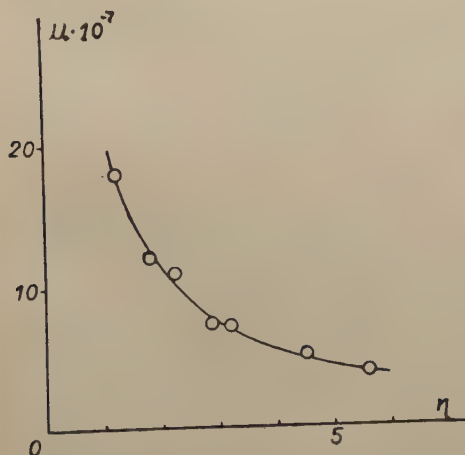


FIG. 7

$u = f(\eta)$; u en $\frac{cm}{sec.} \cdot \frac{cm}{volt}$

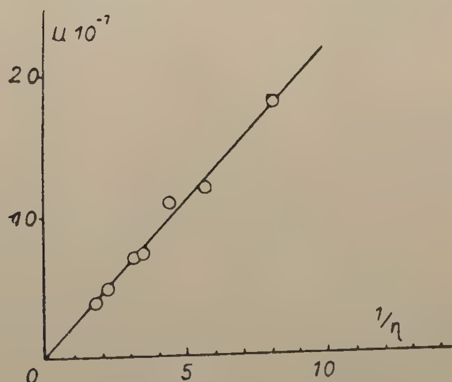


FIG. 8

$u = f(1/\eta)$; u en $\frac{cm}{sec.} \cdot \frac{cm}{volt}$

La simplicité de la relation obtenue conduit à admettre la validité de la loi de STOKES qu'on peut écrire pour un ion monovalent de la manière suivante: $u = \frac{e}{6\pi\eta r}$, où r désigne le rayon de l'ion, e sa charge et u et η sont définis ci-dessus.

L'inclinaison de la courbe $u = f(1/\eta)$ permet de calculer le coefficient $\frac{e}{6\pi r}$ et, par suite, le rayon de l'ion. On obtient ainsi $r = 3{,}8 \cdot 10^{-8} cm$, ce qui est du même ordre de grandeur que le rayon de diverses molécules benzéniques dans des solutions électrolytiques. Ceci semble indiquer que l'ion le plus fréquent dans l'huile de paraffine aurait une structure bien simple d'un anneau de benzène.

§ 9. *Comparaison des résultats avec les données antérieures*

On a remarqué au § 1 que c'est C. BIAŁOBRZESKI *(2)* qui a entrepris le premier, en 1911, l'étude de la mobilité des ions en fonction de la viscosité du liquide. BIAŁOBRZESKI a mesuré par une méthode indirecte la somme des mobilités des ions dans l'éther de pétrole, la ligroïne, l'huile de pétrole et l'huile de vaseline; les valeurs des coefficients de viscosité ont été estimées à partir des valeurs se trouvant dans les tables de constantes pour certains hydrocarbures de température d'ébullition voisine de celle des corps étudiés.

Ces résultats indiquaient que les mobilités des ions varient moins fort que l'inverse du coefficient de viscosité.

En 1932—1935 I. ADAMCZEWSKI *(1)* a continué ces recherches pour cinq hydrocarbures saturés du type C_nH_{2n+2} bien purs en mesurant les mobilités des ions et les coefficients de viscosité par des méthodes directes et en établissant la relation assez exacte $u = \frac{A}{\eta^{3/2}}$, où u est la mobilité des ions $\left(\frac{cm}{sec.} \cdot \frac{cm}{volt}\right)$, η le coefficient de viscosité (poises) et A une constante qui prend trois valeurs: $A_1 = 5 \cdot 10^{-7}$, $A_2 = 0{,}85 \cdot 10^{-7}$, $A_3 = 0{,}53 \cdot 10^{-7}$ pour trois genres d'ions présents dans les liquides étudiés.

Il serait difficile de tenir compte des résultats obtenus par d'autres chercheurs, les valeurs du coefficient de viscosité des liquides n'étant pas suffisamment bien connues. On constate toutefois que l'ordre de grandeur des mobilités des ions dans les liquides de viscosité pareille est le même.

Le problème des lois de mouvement des ions lents dans les diélectriques liquides a été également l'objet d'un travail théorique publié en 1913 par H. v. d. BIJL *(3)*, où l'auteur a pris pour base de ses calculs la théorie des ions gazeux.

En 1936 A. LASAREW et. I. RASCHEKTAEW *(6)* ont établi pour une série d'huiles polymerisées la relation générale suivante: $\sigma \cdot \eta^n = const.$, où σ est la conductivité électrique, η le coefficient de viscosité et n une constante caractéristique du liquide. Ce travail confirme en général les résultats obtenus par l'auteur dans son travail précédent.

Ces résultats ont montré soit que la loi de STOKES n'est pas applicable aux ions dans les liquides diélectriques, soit que la loi du mouvement n'est différente qu'à cause de la forme particulière de la molécule du groupe C_nH_{2n+2} qui à la forme d'une chaine en zigzag. Les résultats des présentes recherches semblent indiquer que la loi de STOKES peut être valable pour certains ions dans les liquides diélectriques; pour satisfaire à la relation $u = \frac{A}{\eta^{3}/_{2}}$ du travail antérieur il faudrait donc admettre la seconde hypothèse. Cette forme caractéristique des molécules pourrait conduire à des différences marquées de la structure des ions dans divers composés du même groupe. La validité de la loi de STOKES exigerait que les rayons des ions soient proportionnels à $\sqrt{\eta}$. Pour des ions monovalents ces rayons seraient compris entre $2{,}86 \cdot 10^{-8}$ *cm* pour l'ion le plus rapide du pentane et $14 \cdot 10^{-8}$*cm* pour l'ion le plus lent du nonane.

Il n'est tout de même pas exclu que la relation $\frac{A}{\eta^{3}/_{2}}$ résulte de la complexité du phénomène de la résistance visqueuse. Deux effets pourraient se superposer: la résistance au déplacement et au mouvement rotatoire de la molécule très allongée. A ce point de vue on devrait s'attendre à une différence entre le coefficient de viscosité mesuré au viscosimètre et celui qui satisfairait à la loi de STOKES.

On pourrait probablement trancher la question en mesurant la mobilité des ions et la viscosité du liquide en fonction de la température pour un des hydrocarbures saturés du groupe C_nH_{2n+2} étudiés antérieurement par l'auteur.

Le plus visqueux, notamment le nonane, semble le mieux adapté à cette recherche. La forme de la relation $u = f(\eta)$ devrait être du type de la loi de STOKES si les rayons des ions étaient variables, ou bien du type (1) si c'étaient les valeurs de la viscosité du liquide qui en premier lieu détermineraient les lois de mouvement des ions.

En terminant l'auteur tient à exprimer ses remerciements très sincères et chaleureux à M. le Prof. C. BIAŁOBRZESKI, Directeur de l'Institut de Physique Théorique de l'Universite J. Piłsudski, pour les conseils qu'il a donnés et pour l'intérêt avec lequel il a suivi ce travail.

Streszczenie

Praca niniejsza dotyczy badania mechanizmu ruchu jonów w cieczach dielektrycznych.

Przy pomocy bezpośrednich metod doświadczalnych zostały wyznaznaczone w jednej z najbardziej lepkich cieczy dielektrycznych, oleju parafinowym, zmiany współczynników ruchliwości jonów i lepkości cieczy z temperaturą i na podstawie tych wyników została ustalona zależność ruchliwości jonów od lepkości cieczy.

Ze względu na prostotę tej zależności można przypuszczać, że w tym przypadku spełnione jest prawo STOKESA.

Bibliographie

1. ADAMCZEWSKI, I.: *Ann. de Phys.* **8**, 309 (1937).
2. BIAŁOBRZESKI, C: *Le Radium* **8**, 1 (1911).
3. v. d. BIJL, H.: *Verh. d. D. Phys. Ges.* **9**, 15, 102 (1913).
4. HERZOG, R. O. und KUDAR, H. C.: *ZS. f. Phys.* **80**, 217 (1933),
5. HERZOG, R. O. und KUDAR, H. C.: *ZS. f. Phys.* **83**, 28 (1933).
6. LAZAREW, A. and RASCHEKTAEW, I.: *Techn. Phys. U. S. S. R.* **3**, 366 (1936).
7. ŚWIĘTOSŁAWSKA-ŚCISŁOWSKA, J. et ADAMCZEWSKI, I.: *Acta Phys. Pol.* **6**, 425 (1937).
8. TYNDALL, A. M. and PEARCE, A. F.: *Proc. Roy. Soc.* **149**, 426 (1935).

Berichtigung zu der Arbeit: „Zur Theorie der Multipolstrahlung"

Errata do pracy: „W sprawie teorii promieniowania multipolowego",

Von J. BLATON

Seite 272, Zeile 1 von oben: anstatt $\frac{\nu(\nu+1)}{2\nu+1)}$ ist $\frac{\nu(\nu+1)}{2\nu+1}$ zu lesen.

Seite 272, Zeile 4 von unten: anstatt $-2\mu\vec{k}'\, sin\, \vartheta\, P_\nu^\mu (cos\, \vartheta)$ ist

$$-2\mu\vec{k}'\, sin\, \vartheta\, P_\nu^\mu (cos\, \vartheta)\Big| \text{ zu lesen.}$$

Seite 274, Zeile 1 von unten: anstatt $\bar{\Phi}_l^m \bar{\Phi}_{l'}^{m'}$ ist $\bar{\Phi}_l^m \Phi_{l'}^{m'}$ zu lesen.

Seite 275, Zeile 1 von oben: anstatt $\bar{\Phi}_{ll'}^{mm'}$ ist $\bar{\Phi}_l^m \Phi_{l'}^{m'}$

Seite 276, Zeile 5 von oben: anstatt fur ist für zu lesen.

TREŚĆ—CONTENTS—SOMMAIRE—INHALT